

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PIAUÍ – UESPI
LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

GEOVANA CARINE CORREIA DE SOUSA

**A IMPORTÂNCIA DA DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA NOS
ÚLTIMOS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

TERESINA – PI
2023

GEOVANA CARINE CORREIA DE SOUSA

A IMPORTÂNCIA DA DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA NOS ÚLTIMOS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Monografia apresentada a Universidade Estadual do Piauí – Campos Poeta Torquato Neto, como requisito parcial para conclusão do curso de graduação em Licenciatura Plena em matemática.

Orientador: Me. Juarez Silvestre Barbosa

TERESINA – PI

2023

GEOVANA CARINE CORREIA DE SOUSA

**A IMPORTÂNCIA DA DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de Licenciatura Plena
em Matemática da Universidade Estadual do
Piauí para obtenção parcial do título de
licenciado em Matemática.

Data de aprovação: 07/07/2023

Banca Examinadora

Orientador: Juarez Silvestre Barbosa

Universidade Estadual do Piauí

Professor Raimundo Nonato Rodrigues

Universidade Estadual do Piauí

Professor Luiz André de Oliveira

Universidade Estadual do Piauí

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, que de alguma forma me ajudou durante todo o decorrer do curso e que chegasse a finalizá-lo.

A mim mesma, por não ter desistido, em que muitas vezes pensei em desistir.

À minha mãe por sempre me incentivar e dar todo o suporte necessário.

À minha família que, indiretamente, me proveram os meios para que eu concluísse a minha graduação.

Aos meus colegas de turma que, sem dúvidas, me ajudaram bastante nas atividades e esclarecendo dúvidas sobre os conteúdos.

“O principal objetivo da educação é criar pessoas capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que as outras gerações fizeram.”

(Jean Piaget)

RESUMO

Este trabalho científico aborda de forma sistêmica a importância da demonstração ou prova matemática aplicada no método de ensino na modalidade do ensino fundamental. Como objetivo específico é relatado o ensino da demonstração no ensino fundamental, como pode ser aplicado em sala de aula adequando as capacidades dos discentes para a devida docência. Como referencial bibliográfico foi utilizado uma extensa exploração de literatura científica acerca do ensino da demonstração. Como conclusão, incluir a demonstração matemática no ensino fundamental torna-se um desafio visto que, existe uma deficiência estrutural no ensino da matemática, inclusive em docência superior, para tornar aptos professores a explanar e tornar mais fácil a compreensão da prova matemática, de acordo com a aptidão abstrata e de conhecimento tocante ao discente.

Palavras-chave: demonstração matemática; ensino de matemática; ensino fundamental.

ABSTRACT

This scientific work approaches in a systemic way the importance of the mathematical demonstration or proof applied in the teaching method in the modality of fundamental education. As a specific objective, the teaching of demonstration in elementary school is reported, as it can be applied in the classroom by adapting the students' resources for the necessary teaching. As a bibliographical reference, an extensive exploration of the scientific literature about the teaching of demonstration was used. As a conclusion, including mathematical demonstration in elementary education becomes a challenge since there is a structural deficiency in mathematics teaching, including in higher education, to make teachers able to explain and make it easier to understand mathematical proof, according to with the abstract search and knowledge concerning the student.

Keywords: mathematical proof; mathematics teaching; elementary school.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 UM BREVE RELATO HISTÓRICO DO DESENVOLVIMENTO DA DEMONSTRAÇÃO NA MATEMÁTICA.....	13
3 UMA ANÁLISE DA PROBLEMÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES	15
4 CRIATIVIDADE E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CAMPO DA MATEMÁTICA	22
5 MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO	27
6 AS DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS EM SALA DE AULA	34
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	41

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho aborda a importância do ensino da demonstração matemática na educação básica, seus possíveis métodos de aplicação e investigar de quais formas tais métodos se apresentam com maior eficiência no aprendizado pelos alunos. No que concerne o ensino de matemática, este não se limita a que geralmente é lecionado nas salas de aula da educação básica. Definições, uma breve explicação de teoremas e corolários, aplicação de fórmulas parece não ser suficiente para que os alunos adquiram um concreto entendimento. Pois eventualmente, surgem certos questionamentos que meras exemplificações não solucionam estas incertezas. Isso porque, a demonstração matemática não é devidamente apresentada na sala de aula ou pelos menos, aplicada de uma forma com pouco eficácia no aprendizado. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática do Brasil, para as últimas séries do ensino fundamental corroboram para esta linha de raciocínio:

Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 2007, p.57).

Prova e demonstração são conceitos externos à matemática porque são definidos no campo da Lógica, mas não na Matemática (SILVA; SALES, 2010). Uma demonstração, em um sentido informal e amplo é uma dedução destinada a provar a verdade da sua conclusão apoiando-se sobre premissas reconhecidas ou admitidas como verdadeiras (LANANDE, 1999 *apud* NAGAFUCHI; BATISTA, [s.l.]). Embora não haja um conceito formalmente definido de demonstração matemática, é possível observar a sua importância:

Um matemático pode, ocasionalmente, usar a observação; pode, por exemplo, medir os ângulos de muitos triângulos 180° e concluir que a soma dos ângulos é sempre 180° . Entretanto, aceitará isso, como uma lei da matemática, somente quando tiver sido demonstrado. (SHOENFLIED, 1967 *apud* BICUDO, 2002).

Dessa forma, quando um professor não usa demonstrações para explanar um teorema ou axioma, o objetivo de fazer com que o aluno entenda verdadeiramente não é atingido. Os alunos que solucionam seus exercícios sobre o teorema de

Pitágoras, não compreendem como aquela fórmula foi produzida. Evidenciando assim, imensas lacunas no conhecimento que é transmitido aos alunos, o que pode levar à falta de reflexão por parte do educando, no que concerne ao raciocínio matemático (PEREIRA; SANTOS; SOUSA; [s.l.]). Lacunas essas que poderiam ser preenchidas pela incorporação da prova matemática no ensino fundamental.

No contexto educacional na formação do conhecimento matemático, temos que o ensino básico é de substancial importância para adquirir uma consistente base matemática que norteara os alunos, não só nas séries escolares superiores, mas no seu cotidiano tendo em vista que o uso da matemática é amplo e abrange várias áreas do conhecimento não somente as exatas.

O conhecimento matemático é um referencial importante para que o educando possa ter condições de compreender criticamente os fatos sociais, identificando que o raciocínio lógico é determinante para que possa ter um senso crítico burilado. (ROCHA, 2012, p. 13).

Novas metodologias ou modalidades de ensino, análise da eficiência de aprendizagem entre outras formas de buscar uma melhora na qualidade em docência, especificamente em matemática, temos uma relação entre esta busca e a implementação da demonstração. Uma parte crucial nesse processo é a formação de professores.

Dentro de universidades e faculdades de matemática, seja licenciatura ou bacharelado, a demonstração quase sempre está presente nas aulas. Frisando os cursos de licenciatura, nas disciplinas voltadas a didática, poucas são as instituições que lecionam ao graduando a melhor forma de se ensinar a demonstrar de acordo com a capacidade cognitiva de cada idade de seus futuros discentes.

A demonstração, da forma como é abordada nas escolas, dizendo melhor, nos cursos de Licenciatura em Matemática, não é objeto de ensino. Geralmente faz-se a demonstração diante dos alunos para que acompanhem, copiem e repitam até que a sequência de procedimentos seja memorizada. Como consequência desse procedimento cria-se uma prática que não ultrapassa a sala de aula da universidade porque o acadêmico não percebe a necessidade de demonstrar. (BALLACHEF, 1988 *apud* SILVA; SALES, 2008, p.5).

A metodologia do presente documento científico é uma pesquisa exploratória de literatura científica apresentando um estudo sobre os aspectos principais do tema de ensino de demonstração na educação básica no Brasil, de característica bibliográfica com autores focando em tal tema, como Bicudo, Pietropaolo e os PCNs, utilizando-se de uma abordagem qualitativa.

O trabalho de conclusão de curso visa analisar o discente em uma ótica ampla, uma síntese do aprendizado no curso em que escolheu, de modo que, é uma forma do próprio aluno se desafiar e testar seus conhecimentos. Dessa forma, o graduando pode contribuir acadêmica e socialmente com seu trabalho.

A educação é de inegável importância para a sociedade, com ela desenvolvemos inúmeras habilidades, multiplicamos conhecimentos assim auxiliando na evolução da sociedade.

A relevância da matemática na educação não se restringe apenas, ao saber, conhecer esta ciência. A matemática participa no avanço do raciocínio lógico, cognitivo. De acordo com Sousa e Teixeira (2021):

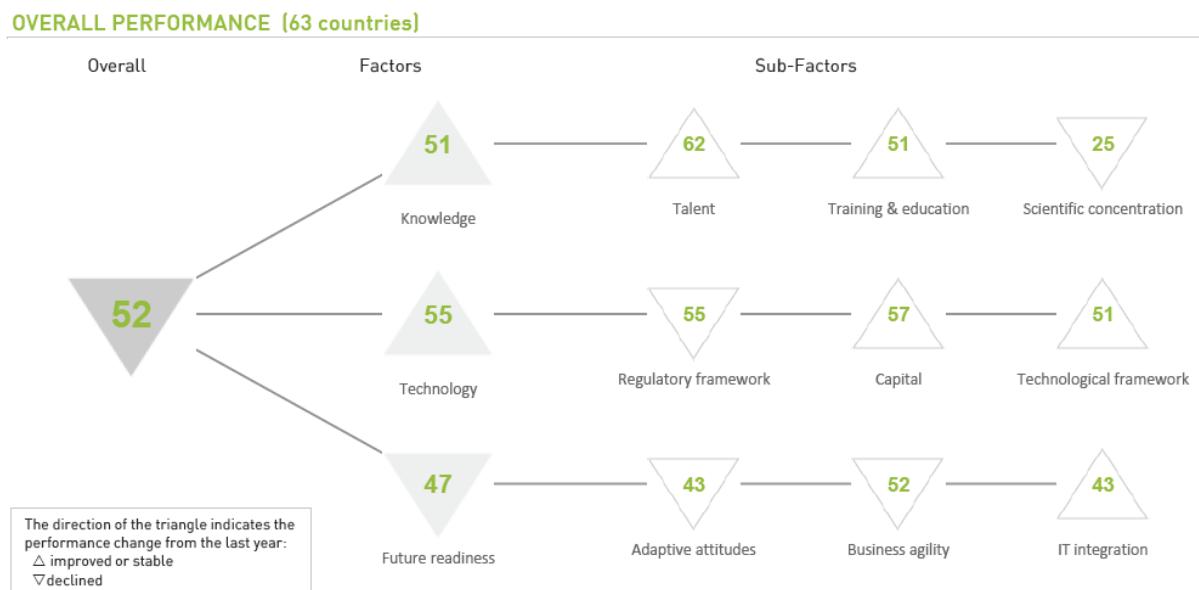
A matemática tem uma importância fundamental para o desenvolvimento integral das capacidades e habilidades do ser humano, na Educação Infantil ela auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico e na capacidade de criação. A matemática quando desenvolvida de forma adequada, como aponta a Base Nacional Comum Curricular, desde a Educação Infantil auxilia não só no desenvolvimento escolar da criança, mas também no desenvolvimento como ser humano. (SOUZA; TEIXEIRA, 2021).

Assim, uma boa educação matemática é imprescindível para a vida humana. Bons professores, com domínio matemático e destreza em lecionar são os pilares da excelência do aprendizado matemático nas escolas. As escolas brasileiras não são um grande exemplo de excelência em educação.

De acordo com uma pesquisa feita pela IMD Competitiveness Center em 2022 com 63 países analisando o conhecimento, tecnologia e preparação para o futuro. No fator conhecimento, o Brasil ocupa a 51^a posição no ranking no ranking geral. (IMD,

2022). Uma colocação muito baixa nessa lista considerando a quantidade de países presentes.

Figura 1 - Desempenho geral do Brasil no fator de competitividade conhecimento (0-100)



Fonte: IMD World Digital Competitiveness Ranking 2022, p. 56

Analizando novas e antigas metodologias, pesquisas no campo da educação matemática envolvendo demonstrações, as contribuições dessa monografia visam auxiliar numa porventura melhora da qualidade de ensino obtidas da conclusão deste trabalho, senão servir de colaboração para futuras pesquisas.

A fundamentação teórica abrange o PCN de matemática do ensino fundamental, pois é a partir dele que as escolas e universidades, ou melhor os professores, se norteiam para organizar como o conhecimento matemático deve ser lecionado.

Estamos certos de que os Parâmetros serão instrumento útil no apoio às discussões pedagógicas em sua escola, na elaboração de projetos educativos, no planejamento das aulas, na reflexão sobre a prática educativa e na análise do material didático. E esperamos, por meio deles, estar contribuindo para a sua atualização profissional — um direito seu e, afinal, um dever do Estado. (PCN, 1997).

Estudos conceituados como de Ballacheff serviram de referencial para a elaboração de artigos e monografias na literatura bibliográfica pesquisada para o

desenvolvimento desse trabalho, tais como o de Mateus e Pietropaolo, e diversos periódicos em revistas como Boletim de Educação Matemática (BOLEMA) e outros congressos.

O estudo de modelagem matemática no desenvolvimento de argumentações e compreensão auxilia na criticidade do aprendiz frente ao conhecimento matemático, pois este investiga, participando ativamente, atestando que seu envolvimento e interesse é maior dessa forma aumentando a eficácia do aprendizado. Autores como Sousa e Almeida; Silva; Vertuan serviram de fundamentação para desenvolver este tema.

O segundo capítulo trata-se de um resumo do desenvolvimento da demonstração na história realizado por Hygino Domingues e algumas citações de Howard Eves, com objetivo de entendermos, em um enfoque histórico como se deu a evolução da própria matemática que inevitavelmente culmina em uma proposta mais dedutiva e lógica para a formalização dessa, pela demonstração.

O terceiro capítulo aborda a educação matemática em suas diversas facetas, como a formação de professores, acordos e leis voltadas a educação no Brasil, movimentos importantes que reformaram o modo como se ensina e entende matemática, alternativas educacionais para aplicar em salas de aula e o conceito de demonstração e prova e como ela pode ser praticada num contexto de ensino da educação básica, ensino fundamental.

O quarto capítulo desenvolve a modelagem matemática, que pode sua aplicação nos exercícios e argumentações, visando despertar a criatividade e a descoberta independente da criança na matemática. O quinto capítulo levanta conclusões desse trabalho, igualmente possível soluções das dificuldades e empecilhos na educação matemática por parte de professores e formadores de futuros orientadores da matemática nas escolas.

2 UM BREVE RELATO HISTÓRICO DO DESENVOLVIMENTO DA DEMONSTRAÇÃO NA MATEMÁTICA

Consoante com Howard Eves, a história da matemática é tão vasta que apenas uma introdução à matéria é possível em nível de graduação, mesmo num curso anual (EVES, 2011). Assim, este capítulo terá como alvo uma síntese no progresso ao longo da história da demonstração, ou evolução lógico, dedutivo na matemática.

Nem sempre, a prova foi alvo de comprovação de um axioma ou teorema matemático, nem mesmo a preocupação com a validação de uma definição. A matemática primitiva necessitava de um embasamento prático para se desenvolver, e esse embasamento veio a surgir com a evolução para formas mais avançadas de sociedade. (EVES, 2011). Ao decorrer desta parte, usarei um artigo de Domingues no periódico BOLEMA e introdução à história da matemática de Eves, para sintetizar como foi desenvolvimento histórico da matemática na ótica da demonstração, os ensaios de conceitos, definições, teoremas e seus métodos de constatação.

O conhecimento matemático, como é conhecido, é muito antigo e remete há séculos, até antes de Cristo. Por achados históricos, os mais antigos povos como os egípcios, babilônios e gregos desenvolveram a matemática mais precisamente na geometria, com um primitivo método axiomático-dedutivo e premissas. Já no oriente antigo, nenhum exemplo do que hoje chamamos demonstração pode ser encontrado na matemática oriental antiga (EVES, 2011).

Como afirma Domingues, no periódico BOLEMA em 2002: admite-se que os matemáticos egípcios chegaram a exercitar a ideia de demonstração, embora talvez de maneira isolada e esporádica, e evidentemente sem os formalismos do método axiomático-dedutivo. (DOMINGUES, 2002).

Mas por vários milênios a matemática se desenvolveu sem se valer desse método (axiomático-dedutivo).

No caso da matemática babilônica e egípcia, por exemplo, os historiadores são concordes em que nenhuma delas se baseou em qualquer estrutura

axiomática que pudesse servir de garantia para a validade dos procedimentos práticos de que essencialmente se compunham. O critério de confiabilidade das regras e procedimentos usados era simplesmente a concordância com a realidade a que se destinavam. O que também pode ser tomado como uma ideia de verdade matemática. (DOMINGUES, 2002).

Assistiu-se pela primeira vez o emprego do raciocínio dedutivo em matemática — o que se deve a Tales de Mileto (640? -564? a.C.) e Pitágoras (586? -500? a.C.) (EVES, 2011), esse teve suas inspirações na matemática dos egípcios e gregos.

Igualmente como forma histórica de contribuição histórica importantíssima para matemática, temos a escola pitagórica de Pitágoras de Samos (C. 532 a.C.), filósofo e matemático grego. É possível que Pitágoras tenha sido discípulo de Tales, pois era 50 anos mais novo do que este e morava perto de Mileto, onde vivia Tales (EVES, 1995). Assim, a probabilidade que o caráter dedutivo e proeminentemente intelectual das contribuições de Pitágoras tenha sido influenciado por Tales é considerável.

Alguns séculos depois, surgiu o famoso e célebre Os Elementos de Euclides (c. 300 a.C.). Na referida obra, há 465 proposições demonstradas, com cada elemento geométrico definido em conceito. Tal característica, inédita na matemática. Criando assim, prévias à criação de sistemas matemáticos os mais amplos e confiáveis possíveis, uma estruturação preliminar composta de noções básicas, postulados e definições (DOMINGUES, 2002).

Do renascimento até o século XIX, a matemática não passou por um progresso, pelo menos não na Grécia e proximidades. Com a valorização da lógica, ciência e conhecimento trazidos pelo movimento, a matemática e inclusive Os Elementos voltaram a serem devidamente elogiados. Temos inúmeras entidades solenes que contribuíram imensamente para a matemática como Isaac Newton, Rene Descartes e Blaise Pascal, apesar de que Newton tentou ao menos contribuir com o avanço da axiomática matemática. Ainda segundo Domingues, quanto ao cálculo, basta citar que um de seus criadores, Isaac Newton (1643-1727), fez três tentativas para passar a limpo suas ideias, nenhuma delas convincente, rigorosamente falando. (DOMINGUES, 2002).

Logo no século XX, surgiu uma preocupação em formalizar a demonstração matemática. Como acrescenta Silva e Sales (2010),

É conhecido o embate que se travou, nas primeiras décadas do século XX, entre as três correntes da filosofia matemática, conhecidas como formalismo, logicismo e intuicionismo. A demonstração estava no centro do debate e a visão formalista da matemática foi a que prevaleceu. (SILVA; SALES, 2010).

Assim, tem-se percebido e estudado uma forma de formalizar a matemática. Até mesmo surgiram e ainda surgem críticas e questionamentos a respeito da utilização e porventura duvidosa necessidade de se tornar tão rigorosa e formal a demonstração matemática pois, esta pode não ser completamente compreendida pela sua abstração.

3 UMA ANÁLISE DA PROBLEMÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Nas últimas três décadas o país vem passando por constantes movimentos em torno de reformas no currículo da educação básica para o ensino da matemática.

[...] o homem parece começar a tomar consciência da iminência do desastre planetário, da explosão demográfica, da redução de recursos naturais. Desse modo, novos paradigmas emergem e trazem, como consequências, desafios à educação e, em particular, ao ensino da matemática. (PIRES, 2000, p.35 *apud* NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2019).

Segundos os estudos da Nacarato (2019), os atuais currículos da disciplina de matemática, trazem novas metodologias que oportunizam o ensino e aprendizagem por meio da aplicação da alfabetização matemática, a importância de o discente construir os significados dos conceitos matemáticos, da inserção da resolução de problemas, linguagem matemática, entre outros aspectos.

A preocupação com a universalização do ensino, bem como com a criação de leis e políticas educacionais, expressou-se no Brasil graças à influência da Declaração Universal dos Direitos Humanos (FARIAS, 2019), arquivo celebrado pela Organização das Nações Unidas e pela Conferência Mundial sobre Educação para Todos (1990), ocorrida na Tailândia e a Declaração de Nova Delhi na Índia (1993), cujos objetivos

centrais consistiam em garantir uma educação de qualidade e que cidadãos tivessem acesso a necessidades substanciais de educação, considerando que o Brasil, como um dos países subscritos e que possui grande índice de analfabetismo, foi convocado a participar a fim de poder incentivar as suas políticas educacionais (FRIGOTTO; CIAVATTA, 2003, p. 97).

Inspirada pelos acordos internacionais citados, em 1996, o governo brasileiro lançou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) que descreve que a educação básica “tem por finalidade desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania, fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores” (BRASIL, 1996, art.24).

Um ano depois surgiu os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), que têm como finalidade fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros (PCN, 1997, p. 15.) e em 1990, o Serviço de Avaliação do Ensino Básico (SAEB) foi aprovado, objetiva avaliar, testar o ensino básico das escolas públicas. Outra importante medida de análise da educação do governo brasileiro, é o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que visa principalmente a entrada de jovens nas universidades públicas.

Em virtude do reconhecimento dos direitos dos homens à dignidade e à liberdade pela referida Declaração Universal dos Direitos Humanos, independentemente de sua condição socioeconômica, esses princípios foram estabelecidos pela Constituição Federal de 1988, que, no artigo 5, Capítulo III, “assegura a educação como um direito de todos os indivíduos, entre os quais os que apresentam deficiências, bem como dificuldades e distúrbios de aprendizagem” (BRASIL, 1998, art.5). A relação entre tais direito é dialética, pois não há educação sem a garantia da dignidade e da liberdade, tampouco a possibilidade de gozar desses direitos se não houver acesso à educação (FARIAS, 2019).

Destarte ainda, que a presença das dificuldades de aprendizagem, ou ainda os distúrbios de aprendizagem não têm uma explicação definitiva. Os educadores, por

vezes, relacionam as limitações intelectuais de forma geral à falta de apoio familiar, mas nem sempre tal fator explica os problemas apresentados pelos discentes na aprendizagem matemática. Eles podem estar associados questões didáticas pedagógicas, mas também a um transtorno específico, como no caso da discalculia. (SANTOS, 2017).

A construção dos conceitos matemáticos pode se fazer presente de três formas diferentes: como uma ferramenta, apresentando uma visão utilitária, como algo estático e unificado ao conhecimento humano, por meio de uma visão platônica, e por fim, como sendo um campo de criação humana, onde as provas matemáticas podem ser refutadas por novas descobertas, sendo de suma importância nesse quesito a resolução de problemas. (NACARATO, 2019).

Em relação ao modelo de ensino e aprendizagem ele pode apresentar ênfase em relação as regras e procedimentos matemáticos, ser guiado pelos conceitos e lógica matemáticas, ou ainda, nos processos gerativos da matemática, que teria como foco a resolução de problemas. O que difere os modelos de ensino seria o papel desempenhado pelo docente e discente: nos dois primeiros o docente é o sujeito ativo do processo de construção do saber, sendo o detentor do conhecimento e o discente é o sujeito passivo aquele que adquire o conhecimento por meio da mecanização e repetição dos exercícios. O terceiro modelo é aquele em que o docente é o mediador do processo de ensino e aprendizagem do discente, sendo ele o sujeito ativo na construção do seu saber. (NACARATO, 2019).

Quando se analisa o processo de aquisição dos conceitos matemáticos é viável verificar que ela apresenta diversas possibilidades de ensino e aprendizagem, que tem como foco a construção de um indivíduo social crítico. Logo, deve-se pensar em um currículo de ensino da matemática não mais pautado nos conteúdos, mas uma visão da matemática como um patrimônio cultural, ou seja, deve ser compreendida por todos. (NACARATO, 2019).

Nessa concepção, os modelos de ensino e aprendizagem ‘tradicionalis’ onde o docente ocupa o lugar do papel ativo no processo de aquisição do conhecimento não

são viáveis, sendo importante oportunizar autonomia ao educando. Dispondo disto, o docente oportuniza-se a buscar e aprofundar em metodologias de ensino mais eficazes.

Como o aprendizado efetivo é o principal objetivo buscado por todos os professores, manipular o conhecimento e torná-lo mais assimilável possível, adequando para a capacidade e etapa cognitiva da criança se faz imperativo. Entretanto, manipular ou adequar a informação não deve ser sinônimo de omitir ou ensinar apenas a utilidade daquele fundamento. Pois utilizar de meias-verdades e apenas entregar ao discente um simples resultado é altamente ineficaz.

A importância da prova ou demonstração matemática julga-se altiva na educação dessa ciência. Como argumenta Nagafuchi e Batista:

Há quem diga que as provas são o coração da matemática. De toda forma, não há como negar sua importância histórica e epistemológica no desenvolvimento da atividade matemática e no atual cenário que se encontra a Ciência. A despeito de sua importância para a Matemática, por vezes a prova se torna a atividade nuclear no ensino de diversas disciplinas que se encontram nos programas curriculares de cursos superiores de matemática. Um motivo que, sozinho, torna suficiente e necessária, a inclusão de uma discussão aprofundada do tema entre os educadores matemáticos. (NAGAFUCHI; BATISTA, p. 1, [s.d.])

Desde a década de 80, tem-se percebido um grande aumento de pesquisas referindo-se às provas e demonstrações na sala de aula e um dos possíveis motivos foi a inclusão das demonstrações no currículo da educação básica em países como Estados Unidos, Canadá e Inglaterra. (NAGAFUCHI; BATISTA, [s.d.]).

Embora prova e demonstração sejam palavras diferentes, estas possuem o mesmo sentido em dicionários, tanto que é possível encontrar dentro do conceito de demonstração, por exemplo, a palavra prova. Alguns autores conflitam na visão do conceito de cada palavra como sinônimas entre si e que possuem significados diferentes, particularmente quando inserimos tais conceitos na matemática. Demonstração é um termo mais usual e formal visando o sentido de provar um teorema matemático enquanto prova tenha um sentido mais amplo. Porém é decisivo

que prova e demonstração são sinônimas e não precisam de adjetivações, como no caso de prova rigorosa. (PIETROPAOLO, 2005 *apud* NAGAFUCHI; BATISTA, [s.d.]).

Os pequenos aprendizes do ensino fundamental até o 6º ano que tem por volta de 11 ou 12 anos de idade, indiscutivelmente não possuem capacidade de compreenderem uma prova, demonstração rigorosa com toda sua sequência lógica, definições, axiomas e postulados. Justificando que apresentar na sala de aula, uma demonstração formal é ainda mais improdutiva, no panorama atual da educação matemática que em síntese apresenta-se com fórmulas, exemplos e resolução de exercícios. Para que isso não aconteça, sugere que se tomem precauções no ensino: uma delas seria organizar as ações da criança com o cuidado de não queimar etapas de desenvolvimento, segundo Piaget. (NOVAES, 2005).

Dessa forma, considerando que possam existir e de fato existem outros tipos de argumentação em matemática, que a demonstração irrefutável não é a única forma de comprovar e convencer a autenticidade de um teorema e aplicar tais alternativas que possuem o mesmo papel de uma prova pode ser a chave para que exista um avanço na educação matemática. Garnica (2002) considera que existem Etnomatemáticas:

Uma proposta mais geral, no entanto, é o fortalecimento da concepção de que a Matemática profissional – ou matemática acadêmica – é uma dentre as várias Matemáticas existentes, uma dentre as várias formas de apreensão do mundo, uma dentre as Etnomatemáticas. (GARNICA, 2002)

Em vista que a demonstração rigorosa na educação matemática é falha, diferentes métodos pedagógicos adaptando o conhecimento ao estágio cognitivo do aluno faz com que o ensino-aprendizagem seja duradouro. Piaget afirma que, se os professores conhecessem mais as teorias psicológicas isso facilitaria seu trabalho e proporcionaria ao aluno o desenvolvimento de sua criatividade em oposição a mera receptividade passiva. (NOVAES, 2005, p.87-88).

Nesse caminho entrelaçado entre psicologia e matemática surgiu o Movimento Matemática Moderna (MMM), corrente que tinha como um dos focos pedagógicos e fundamentação em artigos científicos na área da psicologia por Jean Piaget entre

outros para reformar o ensino da matemática pautado em três estruturas grandes estruturas unificando a matemática em uma, influenciado pelas necessidades dos avanços tecnológicos e industriais e por consequência disso os matemáticos tiveram um ativo envolvimento com este movimento. (NOVAES, 2005).

Uma das justificativas para este movimento está na valorização da matemática e sua adequação às novas necessidades sociais tendo como pano de fundo comum a bandeira do progresso, do desenvolvimento, da modernização e da aceleração tecnológica. (BURIGO, 1990 *apud* NOVAES, 2005, p. 82-83).

Focando em Jean Piaget nesse movimento, este pesquisador dividiu em etapas o desenvolvimento cognitivo da criança e o relacionou com a educação matemática e o que poderia ser feito de acordo com cada fase, adequando o conhecimento matemático para uma educação de qualidade. Como relata Novaes, o MMM pautou suas “reformas” pedagógicas em Piaget e o segundo objetivo pedagógico desse movimento seria a modernização dos programas de matemática em consonância com o desenvolvimento psicológico da criança (NOVAES, 2005, p. 85).

Os orientadores do conhecimento matemático nas séries anteriores ao ensino fundamental não são graduados em matemática e sim em pedagogia, na grande maior parte das escolas do Brasil. Numa via alternativa, esse mentor poder dispor de especializações na educação matemática, aumentaria posteriormente a capacidade lógica, dedutiva das crianças, preparando-as para argumentações lógicas já sendo instruídas por professores muito bem capacitados, ansiando uma melhora na educação.

Professores que geralmente lecionam em escolas públicas são licenciados em matemática, curso de matemática voltado à docência. Docentes estes que apresentam, sem dúvida, uma enorme probabilidade de apresentarem uma base não muito segura na matemática, tendo consciência dos dados estatísticos da educação matemática no Brasil. Tal afirmação podendo ser reforçada por Silva e Sales em sua conclusão:

Observa-se que o discurso dos professores é unânime com relação à importância da “demonstração” embora somente um deles revelou saber o verdadeiro significado do termo. O que se faz em alguns casos é mostrar um exemplo e chamar isso de demonstração. Quando consideramos que são professores formados em matemática (UEMS e UFMS/Dourados) percebemos que o “ritual demonstrativo” a que foram submetidos nas aulas de matemática nem sequer foi compreendido e o que compreendeu esse ritual não conseguiu transpô-lo para a sua sala de aula e acabou convencendo-se da sua esterilidade em termos de valores formativos. (Silva; Sales, 2010).

Em vista dessa afirmação entendemos que existem uma grande deficiência por partes dos professores entenderem o real significado da demonstração em matemática. Tal carência pode ser explicada pelos seus mestres das universidades que formaram estes atuais educadores. Dentro das universidades, os formadores ou o corpo docente do curso de licenciatura em matemática voltados tanto para as disciplinas pedagógicas, didáticas quanto para as disciplinas que trazem a matemática pura são de extrema importância para ditar o perfil do futuro professor.

Consideramos que o formador é um elemento importante na formação docente, na medida em que, durante suas aulas, realiza um trabalho muito parecido com o que o licenciando presenciou quando aluno na Educação Básica e com o que pode realizar quando for lecionar. (COURA; PASSOS, 2017).

Quanto tratamos das disciplinas voltadas ao aprofundamento da matemática em si, por exemplo, geometria e cálculo, preparam o discente para o avanço da demonstração, do conhecimento e essência matemática. Como relatam Silva e Sales:

Para demonstrar, isto é, produzir uma demonstração necessita-se de muito domínio do assunto, certa dose de astúcia para perceber estruturas, que o olhar comum não distingue e capacidade para estabelecer relações sutis. Para compreendê-la é necessária muita abstração. (SILVA; SALES, 2000).

[...] de Cálculo, Análise ou Álgebra, o futuro professor não apenas aprende uma certa matemática, como é esperado pelo formador, mas aprende também um modo de estabelecer relação com o conhecimento; internaliza também um modo de o conceber, de tratá-lo e de avaliá-lo no processo de ensino e aprendizagem. (Oliveira; Fiorentini, 2013, p. 926 *apud* COURA; PASSOS, 2017).

Referindo-se as disciplinas que focam no ensino, métodos pedagógicos, temos que os docentes dessas disciplinas precisam se valer, além do domínio da demonstração, de uma extensa experiência em lecionar se não um aprofundamento em investigações científicas, para que este tenha um rico e abrangente conhecimento

ao transferir sua base para seus alunos de graduação, já que estes serão pôsteros educadores em sala de aula do ensino básico.

Entretanto, temos que como todo o corpo de mestres do curso de licenciaturas, tanto como os que focam em disciplinas de matemática pura quanto as matérias pedagógicas:

Consideramos que o formador é um elemento importante na formação docente, na medida em que, durante suas aulas, realiza um trabalho muito parecido com o que o licenciando presenciou quando aluno na Educação Básica e com o que pode realizar quando for lecionar. Por outro lado, o formador é, ele próprio, um professor que também se forma no exercício da profissão, pois precisa mobilizar seus conhecimentos para empreender práticas que atendam às demandas do seu contexto profissional. Desse modo, mantém uma dupla relação com a formação de professores: como agente em sua própria formação e na formação de seus alunos, futuros professores. (COURA; PASSOS, p. 9, 2017).

Considerando que tais professores, um dia foram alunos de cursos de graduação de universidades e/ou faculdades, averiguar o engajamento e afinco destes em relação a matemática é de máximo interesse, desse modo, mantém uma dupla relação com a formação de professores: como agente em sua própria formação e na formação de seus alunos, futuros professores. (COURA; PASSOS; 2017).

No tocante às provas é possível que o professor desenvolva competências para elaborar e desenvolver situações de aprendizagem envolvendo provas em pleno exercício de sua profissão. Ainda assim, não é possível negar que uma formação inicial de qualidade seja um aspecto muito favorável, possivelmente necessário, para o pleno desenvolvimento profissional do professor, em especial no que se refere a esse tema. (*ibid.*, p. 226 *apud* MATEUS, 2015, p. 24).

Inovando tendo como alicerces fundamentos psicológicos educativos, modelos de outros países e pesquisas na área da educação matemática trará contribuições riquíssimas para evoluirmos a educação no Brasil que carece de investigações e qualidade nesse quesito.

4 CRIATIVIDADE E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CAMPO DA MATEMÁTICA

Identificar a criatividade como a arte e com a inventividade é restringir o seu significado e alcance ou valorizar somente o produto, não o processo. A partir de 1950,

aumenta o interesse dos pesquisadores pelo tema, já que o movimento humanista propõe o estudo de outras habilidades cognitivas. A criatividade não poderia mais ser relacionada a um quociente de inteligência elevado. (TIBEAU, 2011).

As pesquisas sobre as funções dos hemisférios cerebrais também abriram novas possibilidades de estudos. Questões políticas, econômicas e as exigências da sociedade moderna conduziram ao interesse pela criatividade em termos profissionais e na área da educação. (MORAES, 2016).

Poincaré (1908/1996) percebeu que duas formas de trabalho da mente são responsáveis pelo surgimento do fenômeno da criação. Uma delas, o trabalho inconsciente, ocorre em longos momentos de descanso e relaxamento após duras horas de trabalho consciente aparentemente inócuo, surgindo finalmente a iluminação súbita. A outra, o trabalho consciente, é a base sem a qual o trabalho inconsciente não seria possível. (GONTIJO, 2019, p.38).

Apesar das diferenças entre as definições sobre criatividade, enfatizasse como sendo características fundamentais da criatividade: o novo, o original, a descoberta, o diferente. Além disso, parece existir consenso que a criatividade pressupõe um processo em que a pessoa, em determinadas condições, elabora um produto que é, pelo menos, em algum aspecto, novo e valioso. (TIBEAU, 2011).

Figura 2: Dimensões da criatividade



Fonte: Tibeau 2011, p.97

Mas, o novo por si só, não pode constituir um ato criativo. A nova ideia, o novo ato, a nova solução, as novas formas de organização devem ser relevantes, resolver, esclarecer ou se adequar à situação problemática. A figura 2 apresenta a

compreensão das quatro dimensões da criatividade: pessoa, processo, produto e meio. (TIBEAU, 2011).

Na área da educação encontram-se vários conceitos e definições sobre a criatividade que apontam para a capacidade humana, gerando um tipo de pensamento divergente. Um tipo de pensamento que tem como base as experiências anteriores e resulta em algo produtivo para o indivíduo ou para a sociedade. (ROCHA, 2020).

A ação criativa é uma situação na qual se produz o novo, a expressão de uma ideia, de algo concreto ou de uma forma de comportamento que seja novo para quem o fez. Quando o aluno descobre algum fato que já foi revelado por outros, ainda assim representa uma realização criadora. (ROCHA, 2020).

A produção criativa em matemática deve igualmente caracterizar-se pela abundância de ideias diferentes sobre um mesmo assunto (fluência), pela capacidade de alterar o pensamento ou conceber diferentes categorias de respostas (flexibilidade), pela apresentação de respostas infrequentes ou incomuns (originalidade) e por uma grande quantidade de detalhes em uma única ideia (elaboração). Assim, para estimular o desenvolvimento da criatividade, deve-se criar um ambiente que permita aos alunos apresentarem fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração em seus trabalhos. (GONTIJO, 2019, p.47).

Nesse sentido, a criatividade também pode ser entendida como um procedimento metodológico adotado pelo professor e sua prática pedagógica. Uma estratégia de ensino no qual o professor oferece tarefas que incentiva o aluno a encontrar suas próprias ideias/respostas, mesmo que estas já sejam conhecidas pelo professor. As ideias ou soluções para uma tarefa surgem também da reelaboração de conhecimento e vivências anteriores, mas são necessários indícios do professor que facilitem esse processo. (ROCHA, 2020).

Esse tipo de estratégia caracteriza-se por situações em sala de aula, que geram uma ‘negociação’ entre grupos de alunos, fazendo com que esse processo incite, além da prática, discussões em relação à descoberta de potencialidade próprias. Ensinar a aprender por meio de potencialidades próprias desencadeiam mudanças inesperadas e positivas no comportamento cognitivo, socioafetivo e motor. (TIBEAU, 2011).

Vygotsky considera que a imaginação é à base de toda a atividade criadora, uma forma mais complicada da atividade psíquica, fundamental na constituição do conhecimento. A imaginação não repete combinações acumuladas, mas constrói novas formas a partir de experiências vividas. (ROCHA, 2020).

Para compreender melhor a relação da imaginação com a criatividade, esclarece o vínculo existente entre a fantasia e a realidade. A primeira lei que norteia a atividade criativa possui relação com as experiências humanas vivenciadas no decorrer dos anos, possibilitando que ele consiga se adaptar ao seu ambiente. Desta forma, a partir de suas experiências isso consegue realizar a dissociação e associação criando assim combinações e perspectivas. Na segunda lei, observa-se a presença da fantasia em junção com a realidade para a construção de algo, sendo nesse momento dado importância as necessidades, anseios e desejos do indivíduo. Onde a atividade criativa ou imaginativa apresente um caráter intencional. (MORAES, 2016).

A terceira forma de vinculação da atividade criadora com a realidade é a influência do fator emocional nas novas combinações. Os sentimentos influem na imaginação, quer dizer, a combinação de experiências vividas não ocorre por semelhança ou identidade, mas porque possuem um sentido afetivo comum. (MORAES, 2016).

Nesse sentido, a atividade de criação ou de imaginação construtiva do discente não deve ser levada em conta apenas como um conjunto de vivências. São atividades condicionadas de modo diferente na memória, pois o discente não se limita a recordar e viver experiências passadas, mas reelabora criativamente o que foi adquirido e aprendido, construindo novas possibilidades, transformando o mundo real. A capacidade de associar e dissociar as percepções, ideias e acontecimentos são condição necessária para que a criatividade se manifeste. (ROCHA, 2020).

Na teoria de Vygotsky, o desenvolvimento humano está atrelado aos processos de aprendizagem, de 'fora' para 'dentro', ou seja, do nível interpessoal para o intrapessoal, em todas as funções psicológicas superiores, incluindo a atividade criadora. (MORAES, 2016).

A prática de resolução de problemas está presente em nossa sociedade desde as antigas civilizações, e se nota que essa prática está presente dentro das salas de aula a pouco tempo, pois as metodologias desenvolvidas pelos professores tinham como tendência somente a assimilação dos conceitos repassados pelo professor sendo ele o detentor do conhecimento.

Atualmente essa prática mudou, sendo agora o professor como intermediário do processo de construção do conhecimento do aluno. E dentro dessa perspectiva é novo o processo de resolução de problemas dentro das aulas de matemática, onde o processo envolve na maioria dos casos cálculos mecânicos realizados pelos alunos.

Para Kamii (1999 apud DIM; ROCHA 2011), a construção de um pensamento lógico matemático é desenvolvida por meio das diferentes percepções da realidade externa, ou seja, a diferença é criada mentalmente pelo indivíduo quando este realiza a associação entre dois ou mais objetos.

Verifica-se a necessidade de construir uma base lógico-matemática, gerada por meio dos conhecimentos prévios dos alunos, servindo como estruturas cognitivas para os novos esquemas cognitivos de aprendizagem, sendo um processo mais lento uma vez que o aluno irá aprender algo totalmente novo, ao invés de receber o conhecimento perpassado pelo professor que na maioria dos casos não possui uma associação com o cotidiano.

Já para Piaget (2005, apud DIM; ROCHA 2011), a construção psicológica real das operações matemáticas ocorre quando se aprende os conceitos matemáticos sem se perceber que se trata de matemática, ainda na infância, fazendo com que a criança apresente os primeiros indícios de um raciocínio matemático que na escola deverá ser polido.

A resolução de problemas está totalmente inserida no modelo de construção por meio da utilização do raciocínio lógico, fazendo com que a aprendizagem seja

construída pelo aluno faça sentido para ele, ou seja, que ele consiga perceber o seu emprego dentro das ações que são desenvolvidas dentro da sociedade.

Problemas que desafiam o raciocínio estimulam a observação, a criação de hipóteses e analogias, a tomada de decisões e a elaboração de justificativas e conclusões. Favorecem o bom desempenho em todas as disciplinas e preparam para as situações simples ou complexas da vida. (PAIVA; SÁ, 2016, p.9).

A resolução de problemas é uma prática adotada pelos profissionais da educação onde se busca que o aluno possa desenvolver suas hipóteses e teses como estratégias para a sua resolução. Logo, um problema não é um mero replicador de cálculos matemáticos ele envolve uma interpretação, contextualização onde o aluno se permite utilizar os mais variados conceitos que foram aprendidos até o momento buscando o caminho para a solução daquela problemática que lhe foi imposta, conseguindo assim construir o seu conhecimento por meio de uma aprendizagem significativa.

Dentro da perspectiva didática, pode-se dizer que a resolução de problemas se manifesta quando o professor apresenta aos seus alunos enunciados curtos ou longos, de problemas e exercícios evidenciando aquilo que precisa ser descoberto, ou seja, a heurística. Neste momento, os alunos estabelecem a busca pela regressão, do problema e dos procedimentos heurísticos que utilizaram.

Portanto, pode-se perceber a importância da temática a ser abordada e como é fundamental a metodologia de ensino que o professor irá utilizar para construir a perspectiva de desafio para o aluno, uma vez que os problemas não devem se ater a simplesmente resolução de cálculos matemáticos, mas a busca de hipóteses, manipulação dos dados para que seja possível chegar a uma conclusão que faça sentido por meio da construção do processo resolutivo.

5 MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO

Inúmeras pesquisas científicas, artigos entre outros têm sido realizados para tentar soluções para problemas relacionados ao aprendizado na sala de aula de

matemática, por meios de novas metodologias, incorporação de conceitos e experiências não relacionadas diretamente a matemática, mas que fazem parte do processo de assimilação como a psicologia, psiquiatria e pedagogia. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2016):

Ainda nas últimas duas décadas do século XX começaram a se delinear uma perspectiva na área da educação matemática que, para além da já reconhecida importância da introdução de aplicações da matemática no âmbito escolar, se debruça sobre o ensino e a aprendizagem mediada por problemas que têm sua origem, de modo geral, fora da matemática. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 11).

A modelagem matemática como processo de ensino-aprendizagem resgata e aprimora os conhecimentos matemáticos, por meio de seus procedimentos inseridos no desenvolvimento dinâmico, exigindo organização, preparação, investigação e execução. As aplicações dos conceitos matemáticos se utilizam das atividades de modelagem matemática para oportunizar a retomada de conceitos matemáticos, promovendo ação do aluno na construção e na reconstrução do conhecimento. São várias as etapas, exigindo interpretação e a reflexão dos conteúdos matemáticos e, nesse sentido, promovendo o resgate dos conceitos matemáticos, por meio do desenvolvimento criativo e participativo do aluno, propiciando o seu desenvolvimento cognitivo.

A necessidade de promover novas metodologias para estimular e promover o aprendizado dos alunos, em um contexto dinâmico e inserida numa realidade atual, exige a utilização de recursos e técnicas para motivar e resgatar os conceitos matemáticos, muitas vezes dispersos ao longo da vida acadêmica do aluno.

Por meio de atividades com modelagem matemática, propõem-se uma maneira de oportunizar a esse aluno aprender matemática utilizando-se da investigação e da ação, promovendo a sua participação direta no tratamento matemático.

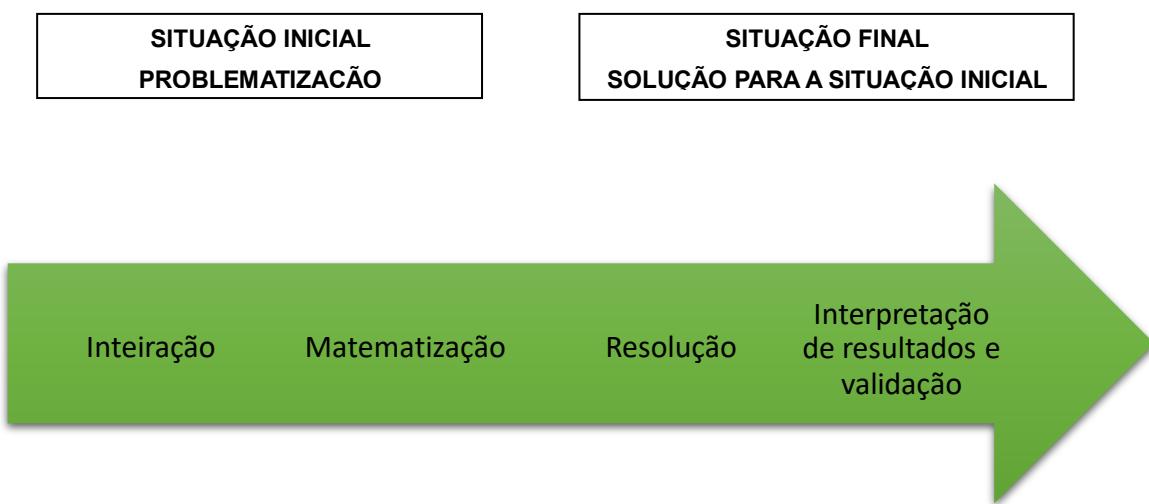
Além disso, promove-se a sua inclusão no contexto social e é possível, com esse método, resgatar o aluno, promovendo a sua participação e oportunizando lhe observar a conexão entre a matemática e a realidade e dar sentido a cada aplicação,

promovendo a sua integralidade na sociedade por meio da sua participação e comprometimento.

Uma atividade de modelagem matemática tem em uma situação problemática a sua origem e tem como característica essencial a possibilidade de abranger a cotidianidade ou a relação com os aspectos externos à matemática, caracterizando-se com um conjunto de ação do sujeito em relação a um problema. (ALMEIDA, et.al, 2012, p.15 apud SOUZA, 2020, p.35).

Uma atividade que envolve a modelagem matemática apresenta fases para compreender e registrar todos os procedimentos que serão desenvolvidos na elaboração dessa modelagem matemática. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) considera que existem fases na modelagem matemática. Para isso, apresenta-se abaixo um diagrama contendo todas as fases desse processo:

Figura 3 – Fases da modelagem matemática



Souza 2020, p.39

- Inteiração: o termo corresponde a estar ciente. Informar-se sobre é a primeira fase do processo e representa a situação inicial, portanto necessita-se familiarizar-se com a situação, buscar informações, pesquisar sobre o assunto por meio de livros e revistas especializadas, características que irão possibilitar e definir uma situação problema. Sendo a fase inicial, procura-se coletar todos os dados qualitativos e quantitativos possíveis para a definição de metas. (ALMEIDA; VERTUAN, 2016).

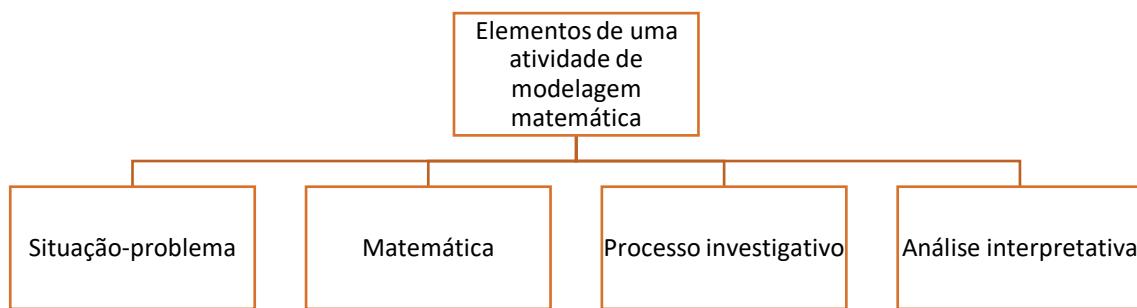
- Matematização: transformar os dados coletados em uma linguagem matemática adequada é a etapa mais complexa. Isso irá exigir conhecimento da situação problema explorada. As técnicas e os procedimentos para a formulação de um modelo dependem diretamente da estrutura ideal a ser representada, por meio de símbolos, formulação de hipóteses, seleção de variáveis e parâmetros, isto é, dar significado matemático para a organização da realidade. (ALMEIDA; VERTUAN, 2016).

- Resolução: esta fase determina a solução para o modelo proposto possibilita a investigação dos dados e fornece uma previsão aceitável do comportamento do sistema. (ALMEIDA; VERTUAN, 2016).

- Interpretação de Resultados e Validação: implica em uma resposta válida para a solução do problema. É possível verificar a validade do modelo através de sua representação matemática. (ALMEIDA; VERTUAN, 2016).

Ao se identificar essas fases, por meio de uma atividade utilizando modelagem matemática, evidenciam-se todos os elementos que caracterizam essa atividade como modelagem, desde a sua situação problema e os procedimentos para definir a solução por meio da investigação, utilizando-se os conceitos matemáticos, até a análise final para determinar a solução do problema.

Figura 4 – Elementos de uma atividade de modelagem matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan 2012, p.18

Levando em consideração que atividades assim caracterizadas podem ser incluídas em aulas regulares de matemática, debruça-se sobre a condução de atividades de modelagem em ambientes educativos escolares, especialmente na educação básica mais especificamente no ensino fundamental. Nesse contexto, a

tônica da discussão está no cenário pedagógico e as questões relativas ao ensino e a aprendizagem ocupam lugar de destaque.

Reenterra-se que a modelagem matemática é uma das metodologias de ensino e aprendizagem que oportunizam ao discente ser o detentor do seu conhecimento.

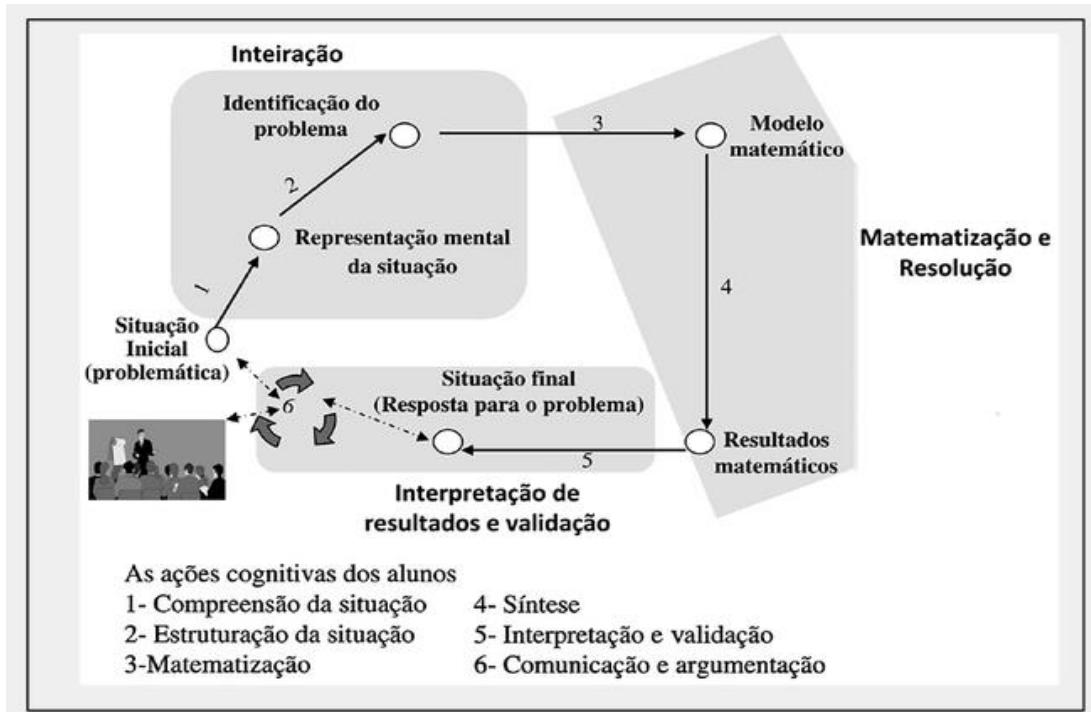
Assim, trata-se de uma maneira de trabalhar com atividades na aula da matemática. Argumentamos que em atividades conduzidas segundo essa alternativa identificam-se características fundamentais: a) envolve o conjunto de ações cognitivas do aluno; b) envolve a representação e manipulação de objetos matemáticos; c) é direcionada para objetivos e metas estabelecidas e/ou reconhecida pelo aluno. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Para que seja possível a inserção de um modelo matemático é necessária que o discente apresente domínio de algumas técnicas e procedimentos matemáticos, onde ele possa realizar a representação dos objetos matemáticos a partir da resolução de um problema. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Inicialmente o aluno irá construir algumas hipóteses a partir do conhecimento prévio que possui, e por meio das manipulações e testes chegará a uma resposta, por meio da articulação do conhecimento em diferentes componentes curriculares. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Ou seja, a metodologia de emprego da modelagem matemática em sala de aula tem como pilares a comunicação e argumentação entre os elos professor e aluno. Dessa forma, o professor poderá servir para direcionar o aluno no decorrer do processo de solução do problema, quais regras terá que dispor durante a investigação matemática. A figura 5 ilustra as diferentes ações dos alunos em meio às fases de resolução do modelo matemático.

Figura 5: Fases da modelagem matemática e as ações cognitivas dos alunos



Fonte: Almeida; Silva; Vertuan 2012, p.20

Desta maneira, pode-se dizer que a modelagem matemática é uma prática de investigação dos conceitos matemáticos norteada por um conjunto de ações, sendo o aluno o sujeito ativo da investigação. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

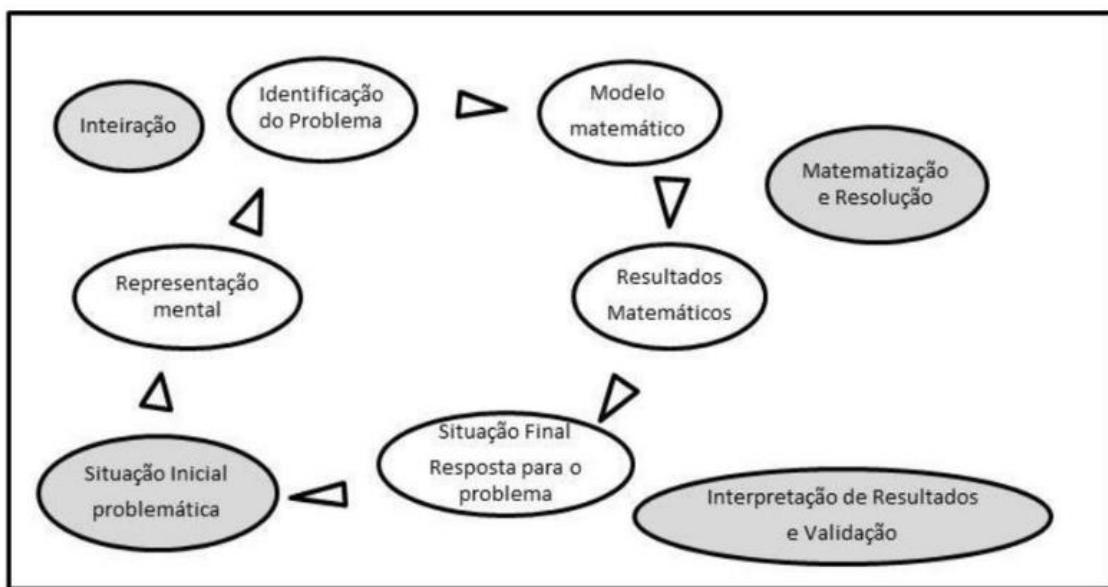
Quando se aborda a prática de investigação matemática ou resolução de problemas, deve deixar clara a conceituação do termo problema, uma vez que, ele é compreendido dentro do modelo matemático como uma situação na qual o indivíduo não possui esquemas *a priori* para a sua solução. Ou seja, não se possui procedimentos previamente conhecidos ou soluções já indicadas. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Para ilustrar essa ideia pode-se pensar, por exemplo, no problema das lâmpadas fluorescentes alojadas em um depósito. Nesse caso, a situação inicial consiste na problemática de descartar as lâmpadas fluorescentes. A situação final, por sua vez, corresponde à possibilidade de determinar a quantidade de mercúrio remanescente no ambiente em função desse descarte. Os procedimentos que

envolvem o levantamento de informações e o uso de conceitos matemática e extra matemáticos para obter um modelo matemático que viabiliza determinar a quantidade de mercúrio remanescente no ambiente num instante qualquer.

Nas atividades envolvendo a modelagem matemática, numa situação inicial, o aluno se depara com uma condição de adaptação, identificando as ações a serem tomadas. Esse momento inicial irá promover a tomada de decisão por meio de seus conhecimentos já definidos sobre o assunto, e uma suposta investigação mais aprofundada sobre seus conhecimentos matemáticos a serem discutidos sobre um determinado tema. Essa ação entre o conhecimento adquirido e o conhecimento a ser aprofundado tem com intuito promover o desenvolvimento cognitivo. É por meio de experimentos, de aproximações de resultados que se pretende atingir a representação mental do processo cognitivo, implicando a transição de diversas conexões cognitivas com a compreensão do fazer.

Figura 6 - Ações cognitivas e suas relações com as diferentes fases do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática



Fonte: Sousa 2020, p.42

A figura 6 mostra em seu esquema algumas das ações cognitivas que se fazem presentes no momento prática da modelagem matemática em sala de aula. Onde por

meio desses passos, o educando, poderá construir o seu saber e conhecimento matemático.

6 AS DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS EM SALA DE AULA

A Investigação Matemática na visão de Ribeiro (2022),

[...] se apresenta como uma metodologia encontrada para ensinar e aprender Matemática, respeitando o conhecimento do aluno já inserido no processo de trabalho e nas práticas sociais, como também a possibilidade de acesso às diversas áreas do conhecimento articulado a tais práticas, que podem contribuir para a construção da cidadania. Na visão de Saramago (2009), o aluno pode ser considerado como um sujeito ativo no seu processo de ensino, onde ele é levado a realizar a reflexão, análise e compreensão de suas vivências, experiências, trazendo a sua realidade concreta e transformando-a, buscando melhorar cada vez mais. (RIBEIRO, 2022).

Na visão de Ponte (2005), a investigação matemática pode ser vista como uma estratégia que busca que o aluno possa elaborar sua própria estratégia de resolução podendo esta ser em termos da uma formulação específica. Por meio dessa abordagem, o aluno estará envolvido em seu processo de aprendizagem uma vez que ela fará parte do processo de formulação das questões que irá resolver. Ainda para o autor, as tarefas que possuem como foco a abordagem de investigação matemática surgem do próprio contexto do aluno e do meio social ao qual está inserido.

Quando o professor busca-se desenvolver as competências matemáticas em seus alunos, de tal forma, que está seja significativa para estes discentes, as tarefas de investigação e exploração são de suma importância para que possa ser atingido tal objetivo. É um grande desafio para o professor fazer uso de tais procedimentos, uma vez que os alunos não demonstram interesses nas atividades que estão envoltas no campo da investigação e exploração, eles apresentam dificuldades em relação ao fazer investigativo. (PONTE, 2005).

Tais constatações são verídicas, porém deve-se buscar modificar os procedimentos aplicados em sala de aula, buscando ensinar o aluno a realizar pesquisas, investigações, experimentações, uma vez que o aprendiz está preso dentro um sistema de ensino que não o oportuniza seu amplo desenvolvimento.

Para o desenvolvimento de uma dinâmica que faça uso do modelo investigativo é necessário seguir três passos fundamentais: o primeiro condiz com a formulação da tarefa que será proposta, seguindo para o desenvolvimento do trabalho, a síntese dos pareceres descobertos após a investigação e para finalizar é necessário realizar uma conclusão final, ou seja, identificar qual era o problema e qual solução foi descoberta, verificando a sua confiabilidade. Assim é preciso um maior controle, do processo de descoberta do conhecimento matemático,

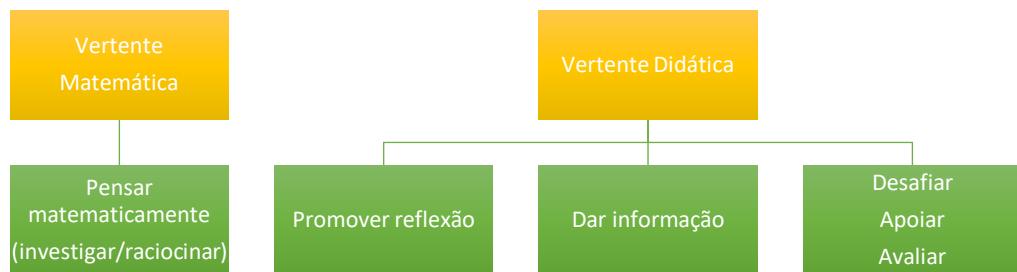
[...] muitos caminhos poderão ser seguidos pelos alunos, o professor deve ser o norteador e o mediador desse processo, para tanto, deve se sentir capaz de realizar tal procedimento, logo se observa a importância de um planejamento anterior a aplicação de tal tarefa, ficando bem claro quais são os objetivos e quais conceitos pretende-se utilizar objetivando a conclusão da problemática. (RIBEIRO, 2022).

Logo, buscam-se algumas ações que o professor pode desempenhar durante o percurso de investigação dos alunos, como por exemplo, estabelecer algumas normas para o funcionamento, o que é permitido e o que não é permitido, porém é necessário que o ambiente criado deixe os alunos à vontade, uma vez que eles precisaram criar conjecturas, argumentar suas ideias, discutir entre os pares, e para tanto eles precisam ter a certeza de que seu raciocínio será levado em conta.

Outro fator determinante para o sucesso da atividade de investigação o professor deve assumir o seu papel de representante da comunidade de matemáticos, deve criar hipóteses, formular um problema, reformular caso for necessário, generalizar, elaborar conjectura e argumentar.

Essa confiança reside, não em saber as respostas, ou mesmo as técnicas corretas, mas antes em ser capaz de obter uma conjectura plausível, de saber especializar, generalizar e explorar em torno da questão, talvez alterando-a um pouco, ou mesmo drasticamente, até que se possam realizar alguns progressos. (MASON, 1996, p. 80 apud PONTE, 2005, p.5).

Figura 7 – Diferenças entre as vertentes matemática e didáticas



Fonte: Ponte 2005, p.23

As demonstrações matemáticas quando inserida em sala de aula oportunizam o desenvolvimento, a criação bem como a comunicação dos conceitos matemáticos. Caso não se faça presente nos ambientes de ensino, sua falta pode desenvolver a dificuldade na construção do pensamento dedutivo, que se faz tão presente nas atividades. (AMADO; SANCHEZ; PINTO, 2015).

O atual modelo de ensino básico do país apresenta várias defasagens em relação ao ensino e aprendizagem nas componentes curriculares. Por esse motivo, muitas vezes os docentes acabam por não inserir as provas matemáticas no decorrer de suas aulas. Os alunos apresentam dificuldade na leitura do enunciado de uma demonstração matemática, o que acaba por inviabilizar a formação de conjunturas e até mesmo a construção da própria demonstração. (AMADO; SANCHEZ; PINTO, 2015).

Os conteúdos curriculares não podem estar fora das capacidades intelectuais dos alunos, sendo necessário portanto, pensar e pesquisar alternativas para superar dificuldades e chegar inclusive às provas formais. [...]. A prova deve ser repensada como um “processo de exploração, de procura de conjecturas, de contraexemplos, de refutação, de aplicação e de comunicação e não com o sentido formalista que a caracterizou nos currículos praticados noutras períodos. (PIETROPAOLO, 2005, p. 212 apud AMADO; SANCHEZ; PINTO, 2015, p.640).

Algumas das razões apontadas pelos estudos recentes que envolvem a inserção das provas matemáticas na educação básica relacionam a mesma com a aprendizagem do raciocínio matemática e a compreensão da matemática. Portanto,

as demonstrações matemáticas acabam por fazer com que o discente aprenda a raciocinar e comprehenda significativamente os conceitos matemáticos.

Os alunos devem chegar ao ensino secundário com uma experiência já considerável de atividades de investigação em matemática, durante a qual tiveram numerosas ocasiões para argumentar e demonstrar, e refletir com a ajuda do professor sobre essa experiência matemática (VELOSO, 1998, p. 362, *apud* AMADO; SANCHEZ; PINTO, 2015, p.641).

Para os autores Amado, Sanchez e Pinto (2015), as mais diversas metodologias de ensino e aprendizagem, a demonstração dos conceitos matemáticos faz com que o aluno teste as hipóteses construídas inicialmente, sentindo a necessidade de validar os resultados obtidos, sendo essencial a compreensão e comunicação para a eficácia do resultado. A demonstração matemática possui uma relação acerca com a investigação matemática, onde a investigação desempenha o papel de ‘convencer’ e a demonstração matemática tem o papel de ‘explicar’.

Nessa perspectiva, observa-se que as demonstrações matemáticas surgem em meio a observações e experimentações, sendo necessário que em alguns momentos o indivíduo comece a pensar e atuar como um “teórico”.

Reconhecem-se nesse quesito alguns tipos de demonstrações, que diferem em relação a sua natureza e aplicação:

- Empirismo Singelo: baseado na observação de um pequeno número de casos. A partir dessa observação o indivíduo conclui que a proposição é verdadeira. Pode-se tomar como exemplo de sala de aula, o momento em que o discente realiza as operações $2+4$, $2+6$ e $4+10$ e acaba por constatar que a afirmação é verdadeira nas três situações e que vale para todos os pares de números.

- Experiência Crucial: método de validar uma proposição de maneira que explique a generalização e recorra a um caso particular para garantir a verdade dela; é como um argumento de indução incompleto. Um aluno que considera que, para provar que a soma de dois pares é par, basta tomar aleatoriamente dois “números grandes”, por exemplo, $920+546$, e pela soma concluir que a afirmação é verdade.

- Exemplo genérico: método que consiste na explicação das razões pelas quais a proposição é verdadeira pelas operações e transformações em um caso particular, mas utilizando-o como representante característico da classe. Um aluno que na tentativa de provar a afirmação busca argumentos como 100 e 40 são números pares, então podem ser escritos como e somam esses dois números obtendo, conclui que como essa soma é par a afirmação é válida para quaisquer dois números pares.

Experiência Mental: evoca a ação interiorizada e desligada de sua realização sobre um representante particular. Um aluno sabendo que um número par é múltiplo de dois e que somando dois números múltiplos de dois obterá como resultado outro número múltiplo de dois, conclui a verdade da afirmação. (MATEUS, 2015).

Tais raciocínios que envolvem a utilização das demonstrações matemáticas acabam por serem importantes na produção do saber do discente, bem como no fomento de discussões de conceitos matemáticos formais.

Nessa perspectiva observa-se que a inserção das provas matemáticas tem o intuito de justificar propriedades ou até mesmo regularidades, por meio de exemplos, observações ou desenhos. As provas que envolvem conceitos matemáticos utilizam a linguagem matemática por meio do auxílio de argumentações e com base em teorias que possam validar ou não uma determinada propriedade. (CALDATO; UTSUMI; NASSER, 2018).

Na concepção dos autores Caldato, Utsumi e Nasser (2018), o discente desenvolve o empirismo ingênuo, onde assume como verdade um determinado enunciado por meio de uma simples verificação, sem questionar suas peculiaridades. (PONTE; SOUSA, 2010).

Observa-se então que para a construção do saber matemático é necessário que aluno desenvolva a capacidade de resolução de problemas, raciocínio matemático e a comunicação. A resolução de problemas é compreendida como a forma como os alunos irão lidar com o desembaraço dos problemas matemáticos, fatores que os levam a construir o domínio do seu saber. Nesse ponto ele será capaz de resolver e formular problemas, construir estratégias e ações diversas para a resolução de um determinado enunciado. Portanto, assume-se que a resolução de problemas é fundamental para a prática matemática. (PONTE; SOUSA, 2010).

O aspecto que envolve o Raciocínio matemático está envolvido no processo de formulação bem como o teste de conjecturas e, posteriormente sua demonstração. Neste ponto, verifica-se que o discente deve ter uma noção básica do que seria a generalização de um conceito matemático, para que possa resolver assim um

problema particular ou até mesmo propor um contraexemplo. Para que se possa ter significativamente o desenvolvimento do raciocínio matemático é necessária a construção de uma cadeia argumentativa, que se inicia por meio da justificativa dos passos e operações e evolui para a utilização da linguagem científica da matemática. (PONTE; SOUSA, 2010).

Fica claro, que a inserção da demonstração matemática no ambiente de ensino e aprendizagem da matemática oportuniza que o discente seja capaz de distinguir os raciocínios indutivos e dedutivos e assim compreender significativamente os passos da resolução de um problema ou de um modelo matemático. (PONTE; SOUSA, 2010).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio dos pressupostos discutidos percebeu-se que o ensino da matemática é de suma importância, sendo que o conhecimento matemático é essencial para a formação do indivíduo que acaba por lhe conferir uma melhor interpretação do mundo, proporcionando a descoberta e a compreensão da realidade e ainda permitindo o desenvolvimento de suas capacidades intelectuais em relação à percepção espacial, criatividade, raciocínio através de elementos presentes em diversos espaços.

Quando se analisou a situação em relação ao contexto atual da educação em nosso país, pode-se facilmente notar que o ensino da matemática apresenta uma considerável defasagem, sendo que ele é abordado pelos docentes por meio da metodologia tradicional.

Assim a proposta das atividades de demonstrações matemáticas acaba por contemplar os objetivos e conceitos matemáticos que estão envolvidos no componente curricular e nos materiais de orientação para a educação básica. Observa-se ainda que o uso de diferentes recursos é válido, porque o professor envolva seus alunos no objeto de conhecimento para que eles busquem por meio de sua manipulação a construção do seu saber matemático.

No processo de investigação matemática, tendo a criatividade e a modelagem

matemática um importante papel na aquisição do conhecimento, servirá como um auxílio para o desenvolvimento do raciocínio lógico e abstrato do discente, o aprimorara para as demonstrações rigorosas. O aluno, dessa forma, exercitou como se forma o pensamento matemático, suas regras e suas associações, de tal modo que para futuras séries do ensino fundamental e médio o aluno, atingirá uma esperada maturidade lógico-cognitiva na matemática para a respectiva série em que se encontrará.

Ainda, deve-se notar que por meio dos expostos contidos na legislação educacional o conhecimento, deve ser desenvolvido dentro do contexto social e cultural ao qual o aluno está inserido, não podendo ser algo isolado, distante da sua realidade.

No que tange a missão do professor em despertar o interesse do aluno pela matemática, uma matéria escolar deveras odiada pelos alunos, devemos entender os motivos e enfrentar as dificuldades descobertas, uma delas refere-se a algo muito difícil de ser compreendido, complexo não concordando com o papel do professor de mediador desse conhecimento, sendo seu dever provocar porventura radicais mudanças do seu modo de transmitir seu conhecimento e procurar evoluir sua erudição matemática procurando sempre o seu progresso em consequência o progresso de seu aluno.

Com o desenvolvimento deste trabalho, que teve por objetivo a aplicação de práticas educacionais e suas metodologias no ensino de matemática, especificamente voltado para a área da investigação matemática, foi possível compreender que para cada assunto abordado, além de seguir as matrizes curriculares, é necessário desenvolver metodologias de ensino que contextualizem o tema da aula com o cotidiano dos alunos, para que o entendimento do conteúdo ocorra de forma satisfatória.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1.ed. São Paulo: Contexto, 2012.

ALVES, Eva Maria Siqueira. **A Ludicidade e o Ensino de Matemática: Uma prática possível**. Campinas, SP: Papirus, 2020.

AMADO, Nélia; SANCHEZ, Juan; PINTO, Jorge. **A Utilização do Geogebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler**. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, [S.L.], v. 29, n. 52, p. 637-657, ago. 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/J6bmB3dJXBdy8J3MwpjFC6x/?format=pdf>. Acesso em: 14 jun. 2023.

BICUDO, Irineu. **Demonstração em matemática**. BOLEMA-Boletim de Educação Matemática, v. 15, n. 18, p. 79-90, 2002.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Senado Federal, 1988. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em 23 mar. 2023.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996. BRASIL. https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.html. Acesso em 23 mar. 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12640:parametros-curriculares-nacionais-1o-a-4o-series>. Acesso em: 21 mar. 2023.

CALDATO, João; UTSUMI, Miriam Cardoso; NASSER, Lilian. **Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores**. Revista Triângulo, [S.L.], v. 10, n. 2, p. 74-93, 5 fev. 2018. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Disponível em: <https://seer.ufmt.edu.br/revistaelectronica/index.php/revistatriangulo/article/view/2583>. Acesso em: 13 jun. 2023.

COURA, Flávia Cristina Figueiredo; PASSOS, Cármem Lúcia Brancaglion. **Estado do conhecimento sobre o formador de professores de Matemática no Brasil**. ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática, v. 25, n. 1, p. 7-26, 2017.

DOMINGUES, Hygino H. **A demonstração ao longo dos séculos**. BOLEMA-Boletim de Educação Matemática, v. 15, n. 18, p. 55-67, 2002.

DOS SANTOS SILVA, Marcilene Moreira; SALES, Antonio. **O PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL E A DEMONSTRAÇÃO EM MATEMÁTICA**. **Anais do**

Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática, v. 4, n. 1, 2010.

FARIAS, Elizabeth Regina Streisk de; GRACINO, Eliza Ribas. **Dificuldades e Distúrbios de Aprendizagem**. Curitiba: InterSaber, 2019.

FREITAS, José Luiz Magalhães de et al. Situações didáticas. **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, p. 65-87, 1999.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. **As demonstrações em educação matemática: um ensaio**. BOLEMA-Boletim de Educação Matemática, v. 15, n. 18, p. 91-99, 2002.

GONTIJO, Cleyton Hércules. **Criatividade em matemática: conceitos, metodologias e avaliação**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2019.

IMD, W. **IMD World Digital Competitiveness Ranking 2022**. 2022. https://www.imd.org/globalassets/wcc/docs/00-media-site/2022/competitiveness/WCY_Ranking2022.pdf, acesso em: 12 jun. 2023.

MATEUS, Marta Élid Amorim. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para a exploração de noções concernentes às demonstrações e provas na educação básica**. Tese elaborada sob a orientação do Prof. Dr. Ruy César Pietropaolo, e apresentada à Banca Examinadora do Programa em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN-SP, 2015. Disponível em: <https://repositorio.pgsskroton.com/handle/123456789/3489>. Acesso em: 08 jun. 2023.

MORAES, Mana Cândida. **Transdisciplinaridade, Criatividade e Educação: fundamentos ontológicos e epistemológicos**. Campinas, SP: Papirus, 2018.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármem Lúcia Brancaglion. **A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

NAGAFUCHI, Thiago; BATISTA, Irinéa de Lourdes. **O que é demonstração? Aspectos filosóficos**. XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Anais do XII EBRAPEM–Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Rio Claro, 2008. http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/69-1-B-ggt2_nagafuchi_res.pdf. Acesso em 18 maio 2023.

NOVAES, Bárbara Winiarski Diesel. **As contribuições de Jean Piaget para a educação matemática**. In: Educere: Congresso Nacional De Educação. 2005.

PAIVA, Ana Maria Severiano de; SÁ, Ilydio Pereira de. **Raciocínio lógico e resolução de problemas: contribuições para a práxis pedagógica**. Revista Práticas em

Educação Básica, v. 1, 2016. Disponível em: <https://www.cp2.g12.br/ojs/index.php/peb/article/view/698>. Acesso em: 06 mar. 2023.

PONTE, João Pedro da. **Gestão Curricular**. 2005. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/242643133_Gestao_curricular_em_Matematica. Acesso em: Acesso em: 21 mar. 2023.

PONTE, João Pedro da; SOUSA, Hélia. **Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico**. In GTI (Org.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 11-41). Lisboa: APM, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3174>. Acesso em: 14 jun. 2023.

RIBEIRO, Beatriz Vidal de Barros. **O ensino de física para estudantes da EJA em privação de liberdade: levantamento bibliográfico e perspectivas**. Trabalho de conclusão de curso -Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2022. <https://app.uff.br/riuff/bitstream/handle/1/27932/Beatriz%20Vidal%20de%20Barros%20Ribeiro.pdf?sequence=1&%3bisAllowed=y>, Acesso em: 16 jun. 2023.

RIBEIRO, Flávia Dias. **A formação do professor-educador matemático em cursos de licenciatura em matemática**. 1999. 132p. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 1999.

ROCHA, Karine Nalevaiko. **Inteligência, Afetividade e Criatividade**. Curitiba: Contentus, 2020.

RODRIGUEZ, Rita de Cássia Morem Cossio. **Fazer pedagógico - construções e perspectivas**. Série Interinstitucional Universidade – Educação Básica. Ijuí-SC, p.82, 1994.

SANTOS, Flávia Heloisa dos. **Discalculia do Desenvolvimento**. São Paulo: Pearson Clinical Brasil, 2017.

SARAMAGO, Guilherme; CUNHA, Ana Maria Oliveira. Ensinar Matemática: perspectivas teóricas e práticas dos professores. **Ensino Fundamental-conteúdos, Metodologias e Práticas**. Campinas/SP: Alínea, vp, p. 93-114, 2009.

SOUZA, Kennedy Medeiros Tavares de. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática**. Curitiba: Contentus, 2020.

TIBEAU, Cynthia C. Pasqua M. **Didática com Criatividade: uma abordagem na educação física**. São Paulo: Ícone, 2011.