



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PIAUÍ – UESPI
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA – CCN
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

APLICAÇÕES PRÁTICAS DO TEOREMA DE PITÁGORAS

**ANA PAULA LOPES GOIS
MOISÉS RODRIGUES DE SOUSA**

**TERESINA – PI
2021**

**ANA PAULA LOPES GOIS
MOISÉS RODRIGUES DE SOUSA**

APLICAÇÕES PRÁTICAS DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Graduação em Licenciatura Plena
em Matemática do Centro de Ciências da
Natureza da Universidade Estadual do Piauí –
UESPI, como requisito para obtenção do
Título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. José de Jesus Uchoa

TERESINA – PI

2021

G616a Gois, Ana Paula Lopes.

Aplicações práticas do Teorema de Pitágoras / Ana Paula Lopes Gois,
Moisés Rodrigues de Sousa. - 2022.

31 f.

Monografia (graduação) – Universidade Estadual do Piauí – UESPI,
Curso de Licenciatura Plena em Matemática, *Campus Poeta Torquato Neto*,
Teresina - PI, 2022.

“Orientador: Prof. Me. José de Jesus Uchoa.”

1. Teorema de Pitágoras. 2. Teorema de Pitágoras – Aplicações –
Cotidiano. 3. Geometria. I. Sousa, Moisés Rodrigues de. II. Título.

CDD: 516

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PIAUÍ – UESPI
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA – CCN
LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova o Trabalho de Conclusão de Curso
em ____ / ____ / ____.

APLICAÇÕES PRÁTICAS DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Elaborado por

Ana Paula Lopes Gois e Moisés Rodrigues de Sousa

Como requisito para obtenção do título de
Licenciados em Matemática

COMISÃO EXAMINADORA

Prof . José de Jesus Uchoa – CCN/UESPI
Presidente

Prof..... CCN/UESPI
Membro

Prof. CCN/UESPI
Membro

À nossas famílias, por todo apoio, amor e carinho ao longo desses anos nessa caminhada em busca de qualificação e aperfeiçoamento pessoal e profissional.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por nos dá forças e iluminar nosso caminho, de tal modo que as escolhas feitas sejam sempre as melhores, e que nunca permitiu que desistíssemos.

Aos nossos familiares que sempre nos incentivaram a realizar esta graduação.

Aos colegas do Curso e de turma, pelo apoio e pela amizade.

A esta Universidade, seu corpo docente, direção e administração, que oportunizaram a janela que hoje vislumbramos um horizonte superior.

Ao nosso Orientador, pelo suporte, durante todo o tempo que lhe coube, pelas suas correções e incentivos.

GOIS, A.P.L.; SOUSA, M.R. **Aplicações práticas do Teorema de Pitágoras.** 2022. 31p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade Estadual do Piauí, Teresina, 2022.

RESUMO

O Teorema de Pitágoras se destaca como um dos teoremas mais importantes da geometria, se não o mais importante, apresentando uma aplicabilidade significativa no dia a dia. Diante disso, propôs-se a seguinte problemática: Quais as aplicações práticas do Teorema de Pitágoras? Este estudo tem como objetivo geral refletir sobre as aplicações práticas do Teorema de Pitágoras. E como objetivos específicos: Caracterizar o contexto histórico da educação matemática; Conhecer a vida de Pitágoras e explicar seu Teorema; Caracterizar as principais aplicações do Teorema de Pitágoras no cotidiano. A metodologia utilizada discorrerá acerca de revisão bibliográfica. Concluiu-se que, o Teorema de Pitágoras constitui ferramenta essencial para a educação matemática abordando a solução de distintos problemas, nas diferentes áreas do saber e campos profissionais, por isso, deve ser tratado com a devida atenção, incentivando seus alunos na prática com material concreto promovendo uma aprendizagem significativa, favorecendo uma abordagem mais ampla a respeito do referido Teorema e sua aplicabilidade no cotidiano.

Palavras-chave: Pitágoras. Teorema. Aplicabilidade. Cotidiano.

ABSTRACT

The Pythagorean Theorem stands out as one of the most important theorems in geometry, if not the most important, presenting significant applicability in everyday life. In view of this, the following problem was proposed: What are the practical applications of the Pythagorean Theorem? The general objective of this study is to reflect on the practical applications of the Pythagorean Theorem. And as specific objectives: To characterize the historical context of mathematics education; Know the life of Pythagoras and explain his Theorem; To characterize the main applications of the Pythagorean Theorem in everyday life. The methodology used will discuss the literature review. It was concluded that the Pythagorean Theorem is an essential tool for mathematics education addressing the solution of different problems, in different areas of knowledge and professional fields, therefore, it must be treated with due attention, encouraging its students in practice with material concrete, promoting a meaningful learning, favoring a broader approach regarding the referred Theorem and its applicability in everyday life.

Key-words: Pythagoras. Theorem. Applicability. Daily.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. JUSTIFICATIVA.....	9
3. OBJETIVOS.....	9
3.1. Geral	
3.2. Específico	
4. ABORDAGEM HISTÓRICA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	10
5. CONTEXTUALIZAÇÃO SOBRE PITÁGORAS.....	15
6. APLICABILIDADE DO TEOREMA DE PITÁGORAS	20
7. CONCLUSÕES.....	26
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	28

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos tempos, o ensino da matemática tem sido alvo de grande discussão, por constar de base para o processo educativo, bem como pela crescente presença da matemática nos diversos campos da atividade humana.

Dentro dessa realidade, o Teorema de Pitágoras se destaca como um dos teoremas mais importantes da geometria, se não o mais importante, apresentando uma aplicabilidade significativa no dia a dia e em outros conteúdos matemáticos como: o raio da circunferência circunscrita a um triângulo, a diagonal do bloco retangular, a altura do triângulo, entre outros. Daí a preocupação de que esse teorema seja, pelo menos, instrumental para os educandos. Todavia, constata-se na prática uma educação matemática pautada em decorar fórmulas e aplicá-las de forma mecânica, impondo limites a aprendizagem de grande parte dos alunos (ACOSTA, 2012; AMORIM, 2015).

Diante disso, esse trabalho visa apresentar um real sentido para o Teorema de Pitágoras com o intuito de demonstrar, generalizar e aplicar este Teorema. Para isso, serão usadas algumas atividades que abordam e mostram o Teorema, facilitando assim suas demonstrações e aplicações e ainda explorando a forte relação existente entre os vários conteúdos de matemática.

O trabalho encontra-se estruturalmente organizado em três capítulos: no primeiro capítulo, será abordado um apanhado histórico acerca do surgimento e desenvolvimento da matemática no Brasil, caracterizando suas principais fases e de que forma ocorreu sua evolução ao longo dos tempos; no segundo capítulo, apresentar-se-á uma abordagem sobre vida e obra de Pitágoras, caracterizando seu teorema; seguido de algumas inferências acerca das aplicações práticas do Teorema de Pitágoras no cotidiano. Em seguida, serão feitas as considerações finais.

Diante disso, propôs-se a seguinte problemática: Quais as aplicações práticas do Teorema de Pitágoras?

A metodologia utilizada discorrerá acerca de revisão bibliográfica. Os dados foram provindos de referenciais teóricos tais como artigos, livros, revistas eletrônicas, e outros materiais que abordam o tema, enfocando autores renomados como Amorim (2015), Araújo (2016), Ferreira (2015), Moterle (2010), Eves (2004), Barasuol (2006), entre outros, envolvendo a temática em questão.

Desta forma, uma atitude crítica-reflexiva diante da aplicabilidade do Teorema de Pitágoras, configura-se numa saída para a problemática acerca da educação matemática, colocando-se como uma necessidade de ordem educativo-social.

2. JUSTIFICATIVA

Refletir sobre aplicações práticas do Teorema de Pitágoras, buscando descontar o modo como vem se desenvolvendo e transformando a educação matemática, compreendendo como se realiza e como se constrói no cotidiano.

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo Geral

- Refletir sobre as aplicações práticas do Teorema de Pitágoras

3.2. Objetivos específicos

- Caracterizar o contexto histórico da educação matemática
- Conhecer a vida de Pitágoras e explicar seu Teorema
- Caracterizar as principais aplicações do Teorema de Pitágoras no cotidiano

4. ABORDAGEM HISTÓRICA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A matemática surgiu da necessidade de contar, calcular, medir e organizar o espaço, por isso entendida como uma ciência da quantidade e do espaço. Mais recentemente, com o aparecimento dos novos campos da matemática, passou a ser entendida como uma forma de atividade humana, comportando um vasto campo de conhecimento.

Assim, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural (BRASIL, 1998).

Fruto da criação e invenção humanas, a matemática não evoluiu de forma linear e logicamente organizada. Desenvolveu-se com movimentos de idas e vindas, com rupturas de paradigmas. Dessa forma, a matemática desenvolveu-se seguindo caminhos diferentes nas diversas culturas. O modelo de matemática hoje aceito, originou-se com a civilização grega, no período que vai aproximadamente de 700 a.C. a 300 d.C., abrigando sistemas formais, logicamente estruturados a partir de um conjunto de premissas e empregando regras de raciocínio preestabelecidas. A maturidade desses sistemas formais foi atingida no século XIX, com o surgimento da Teoria dos Conjuntos e o desenvolvimento da Lógica Matemática. Convém ressaltar que, desde os primórdios, as inter-relações entre as várias teorias matemáticas sempre tiveram efeitos altamente positivos para o crescimento do conhecimento nesse campo do saber (AABOÉ, 2002).

Nesse contexto, a educação matemática está voltada para a formação do cidadão, favorecendo a apropriação de conceitos e símbolos matemáticos e sua aplicação no cotidiano; direcionando-se para a aquisição de competências, desenvolvidas através de metodologias que priorizem a estruturação do pensamento, o raciocínio dedutivo, bem como o desenvolvimento do espírito crítico e criativo (ANDRINI, 2002).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área da Matemática (BRASIL, 1998), os alunos são vistos como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura; onde é fundamental superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos, indicando a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula.

Os PCN, portanto, propõem alternativas para o desenvolvimento de um ensino que:

Permita ao aluno compreender a realidade em que está inserido, desenvolver suas capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar

os recursos necessários para o exercício da cidadania, ao longo de seu processo de aprendizagem (BRASIL, 1998, p.60).

Uma visão profunda da história da Matemática permite ao professor evoluir em seu trabalho pedagógico, dando-lhe a possibilidade de ver melhor o futuro, permitindo a descoberta das dificuldades do passado, evitando a reincidência das mesmas.

Além disso, este enfoque histórico da matemática permitirá ao aluno relacionar as idéias matemáticas desenvolvidas em sala de aula com suas origens e sua utilização prática no cotidiano.

Miguel (1993) diz que quando os professores lançam mão do uso da história da matemática em sala de aula, eles são estimulados por uma diversidade de opiniões vinculadas à função que eles esperam que seja cumprida pela história da matemática no processo pedagógico.

A história da matemática revela ainda o conhecimento matemático como resultado de um processo evolutivo; tendo em vista que alguns professores preocupam-se com a necessidade de mostrar aos alunos que a matemática não nasceu pronta e não foi inventada por uma única pessoa num momento determinado. Além disso, Fossa (2004) acredita que o uso da história pode promover uma aprendizagem muito mais significativa.

Para melhor compreensão dos novos rumos propostos à Educação Matemática faz-se necessário uma breve análise da trajetória histórica da Matemática, proporcionando uma visão humana da disciplina, excluindo-se a imagem errônea que os alunos possuem da mesma, totalmente desvinculada de nossa realidade (BOYER, 2010).

Conforme consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais, verifica-se que:

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1998, p.42).

Há 100 anos, David Hilbert, já relatava uma mudança de prioridade no interesse dos matemáticos, tendo em vista as transformações porque passa o mundo, levando a sociedade a tomar novos rumos. Segundo ele,

A história nos ensina a continuidade do desenvolvimento da ciência. Sabemos que cada era tem seus próprios problemas, os quais a era seguinte ou resolve ou coloca de lado como sem interesse e os substitui por novos problemas (D'AMBRÓSIO, 2000, p.63).

Ao analisar retrospectivamente a história da matemática, percebemos que até 1808, esse ensino se limitava aos colégios jesuítas; sendo que seu estudo sistemático iniciou-se em 1572, junto com estudos de lógica, física, metafísica e ética, no Curso de Artes do Colégio da Bahia. Porém, pouco se sabe sobre o ensino da matemática ministrado neste período, exceto que apenas uma pequena minoria tinha acesso a este curso (AABOÉ, 2002).

A Reforma Pombalina, ocorrida no período colonial brasileiro, refletiu bastante no ensino de matemática, tendo como finalidade adotar uma série de medidas para o avanço do capitalismo em Portugal. Em consequência, alguns brasileiros tiveram oportunidade de entrar em contato com idéias de estudiosos como Descartes, Newton e Leibnitz, cursando Matemática na Universidade de Coimbra; no entanto, esta faculdade não possuía grandes tradições matemáticas; onde seu principal objetivo era formar uma sólida base para futuros estudos de engenharia militar, navegação e arquitetura naval (AZEVEDO, 1994). Percebe-se, nesse período, que a matemática servia apenas de instrumento para alcançar propósitos metropolitanos.

Somente em 1808, com a vinda da família real para o Brasil, é que se iniciou o ensino da matemática propriamente dita, sendo precedida pela criação da Academia Real Militar em 1810, marcando o inicio do ensino superior de matemática, preocupando-se em qualificar com semelhanças ao ensino ministrado nas escolas europeias (BARASUOL, 2006).

No período correspondente ao império, o ensino da matemática era responsabilidade dos militares; sendo que se destacaram matemáticos como Joaquim Gomes de Sousa (Souzinha), Cândido Batista de Oliveira, Pedro D'Alcântara e Vilela Barbosa.

Com o advento da Escola Nova, na década de 20, o conhecimento passa a ser uma resposta às necessidades do aluno, concebendo-o como centro didático. Porém, a matemática continua sendo ensinada nos moldes da escola tradicional, manifestada principalmente na linguagem utilizada pelo professor.

Na década de 30, com a criação da Faculdade de Filosofia e, em seguida, da USP, a preocupação geral voltava-se para a pesquisa matemática, criando-se o curso de Bacharelado em Matemática, objetivando formar profissionais para ensinar matemática.

Prosseguindo nossa análise, vemos que com o apogeu da república, continua o descaso com a educação formal para a grande maioria das pessoas; confirmando-se pelo fato de que, em 1934, a matemática superior era ensinada apenas para um pequeno número de pessoas das classes sociais mais altas, que freqüentavam as escolas do Exército e da Marinha.

Posteriormente à Proclamação da República, o ensino matemático volta-se para o utilitarismo do momento, fundamentando-se no pensamento da Escola Tradicional, onde a ação do professor era norteada pelos programas de ensino da Secretaria de Educação.

Na década de 50, a autora Irene de Albuquerque com suas obras: **Metodologia da Matemática, Jogos e Recreações Matemáticas**, defende a escola-novista quando afirma: “o professor de matemática deve tornar seu ensino simples, atraente, vivo e feito pelo aluno” (DAMÁZIO, 1991).

Com a promulgação das Leis de Diretrizes e Bases, em 1961, surge o movimento da Matemática Moderna – movimento de renovação, que se preocupava em modernizar os conhecimentos e que, segundo D’Ambrósio (2000), sofreu influência de pesquisadores estrangeiros (Georges Papy e Zoltan Paul Dienes). No entanto, muitas décadas depois, constata-se que o ensino continua o mesmo, sem grandes modificações.

Esse ensino proposto fundamentava-se em grandes estruturas que organizam o conhecimento matemático contemporâneo e enfatizava a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia, etc; provocando, em vários países, inclusive no Brasil, discussões e amplas reformas no currículo de Matemática. Porém, ao preocupar-se com formalizações, distanciou-se das questões práticas (BOYER, 2010).

No período do regime militar (1964/1985), solidifica-se a tendência tecnicista que objetiva a formação de indivíduos competentes para o mercado de trabalho, moldando-os de acordo com suas diretrizes ideológicas.

Uma nova abordagem de ensino matemático surge na década de 80, a crítico-dialética, onde o conhecimento matemático era produzido pelo homem, como atividade humana, sugerindo uma educação matemática compromissada com a libertação dos indivíduos.

Dessa forma, a História da Matemática pode ser compreendida como um instrumento de resgate da própria identidade cultural, pois através de seu estudo e reflexão, podemos perceber que apesar de sua exclusão em algumas culturas antigas, os avanços atuais não seriam possíveis sem os conhecimentos das gerações passadas.

A História da Matemática contribui para a preparação de um aluno crítico e reflexivo, a partir do momento que esclarece dúvidas matemáticas construídas pelo próprio aluno; sugerindo caminhos alternativos, levando o mesmo a pensar sobre seu conhecimento.

Em diferentes situações, o recurso a História da Matemática esclarece idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns questionamentos e, desse modo, contribui para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento.

A História da Matemática pois, deve ser encarada como um recurso didático com inúmeras possibilidades para desenvolver conceitos e fatos matemáticos; sendo que ensinar com significado, através da história da matemática, consiste em proporcionar ao aluno

condições para que ele pense e compreenda o conteúdo que está sendo ministrado de forma que a história funcione como instrumento motivador para o ensino.

Contextualizar a matemática é um grande desafio para a educação, principalmente em uma disciplina considerada abstrata por natureza. Por esse motivo, profissionais ligados às ciências exatas buscam, incessantemente, atividades voltadas para a transição do conceitual para o concreto (TARTAGLIA FILHO, 2016).

Logo, a História da Matemática é de extrema importância, pois é através dela que se pode estimular o espírito crítico dos estudantes, fazendo com que compreendam o conteúdo apresentado (MOTERLE, 2010).

5. CONTEXTUALIZAÇÃO SOBRE PITÁGORAS

Pitágoras de Samos viveu em torno de 530 a.C. e morreu no início do século V a.C., foi místico, filósofo, físico, sábio e matemático grego. Inexiste uma história completa da sua vida, obra e pensamentos, pois embora se tenha escrito muito de suas teorias, não há, em nenhuma obra, um relato satisfatório de sua vida. Mas acredita-se que tenha nascido na ilha de Samos (MOTERLE, 2010).

Nasceu na Ilha de Samos, uma pequena ilha próxima à região da Jônia (parte asiática das colônias gregas), localizada nas costas da Ásia Menor, concebida como uma cidade-estado mercantil, delimitando a vida intelectual de Pitágoras, ocasionando sua saída da cidade natal (TARTAGLIA FILHO, 2016).

Filho de Mnessarch, que obteve a cidadania por serviços prestados aos moradores de Samos durante um período de grandes dificuldades e fome e, de Fitha, sendo que ambos viajavam com interesses comerciais (ARAÚJO, 2016).

Considerado o pai da matemática e da música, é visto ainda como um dos mais célebres filósofos daquela época, como menciona o filósofo Bertrand Russel, que classificou Pitágoras como “um dos homens mais importantes de todos os tempos no plano intelectual” (FERREIRA, 2015).

Segundo Santos (2011), alguns autores defendem que Pitágoras fora discípulo de Tales em decorrência das suas regiões natais; sendo que, Pitágoras era 50 anos mais novo que Tales residindo perto de Mileto; era um místico, um profeta e algumas semelhanças em seus interesses devem-se ao fato de que Pitágoras também viajou pelo Egito e Babilônia. Foi praticamente contemporâneo de Buda, Confúcio e Lao-Tse. Alguns acontecimentos podem relatar que Pitágoras foi discípulo, mas isto é improvável devido a diferença entre suas idades.

Apesar disso, a história trata de um período de dois anos em que recebeu a instrução de Ferekid, Anaksimander e Tales, este último muito respeitado e, com ele passou a conhecer o ano solar do Egito, que permitia calcular os eclipses solares e lunares, bem como determinar a altura de uma pirâmide por meio de sua sombra (ARAÚJO, 2016; IMENES, 1988).

Contudo, foi a partir das ideias de Pitágoras e Tales de Mileto que teve inicio o entendimento da Matemática como ciência e pôde-se desenvolver enormemente nos séculos seguintes. Pitágoras optou por sair da sua terra e viajar em busca de conhecimento (LIMA *et al.*, 2006).

Nessas viagens, em 547 a.C., Pitágoras esteve no Egito, na cidade de Sidon, aprofundando seus conhecimentos no Colégio Sacerdotal Fenício, essencial para sua preparação intelectual. Polícrates, o tirano, assumiu ter perdoado Pitágoras por ter deixado

seus domínios sem sua permissão e, em carta dirigida a Amasis, faraó do Egito, rendeu muitos elogios ao jovem estudioso, encaminhando-o pessoalmente a Memphis, rigoroso método de ensino que estabelecia os deveres dos jovens colocados pelos anciãos da cidade, ocupando-lhes o tempo, para que não ficassem sem orientação e conselhos, voltando a atenção para o cumprimento das leis e da pureza das tradições das famílias, focando na fé com suas orações voltadas para as mães de família, bem como para as crianças, para que crescessem fortes e saudáveis (ARAUJO, 2016).

Desenvolveu, pois, seus estudos no Egito e Babilônia, retornando a Grécia na cidade de Crotona, fundando uma escola, onde se dedicou ao estudo da matemática, da filosofia e das ciências naturais. Além disso, constata-se que,

[...] como todos os documentos daquela época se perderam, tudo o que sabemos veio através de referências de outros autores que viveram séculos depois. Por isso, Pitágoras é uma figura obscura na história da Matemática e, para dificultar ainda mais as coisas, a sua escola, além de secreta, era comunitária, ou seja, todo o conhecimento e todas as descobertas eram comum a todos. Assim, não sabemos sequer se foi o próprio Pitágoras que descobriu o teorema que leva o seu nome, pois era comum naquela época dar todo o crédito ao mestre (LIMA *et al.*, 2006, p.62).

Com isso, muito embora sua historiografia apresente-se marcada por diversas lendas e fatos não comprovados pela História, verificam-se dados e informações importantes sobre sua vida. Conhecido como o Grande Mestre, por seus discípulos, fundou sua escola (Escola Itálica) na região da Magna Grécia, atual sul da Itália; atribuindo-lhes a invenção da palavra Filosofia, como também do Teorema de Pitágoras (que revelam que em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa – maior lado – é igual à soma dos quadrados dos catetos – os outros lados que formam 90°). Pitágoras, classificado historicamente como pré-socrático atribui um princípio que origina toda a realidade, desenvolvendo uma linha de pensamento que se estendeu de Filolau, Árquitas e Platão até Galileu, Giordano Bruno, Leibniz, Kepler e Newton: a de que a realidade é composta por números (SANTOS; SANTOS; OLIVEIRA, 2015).

Historicamente, a Escola Pitagórica tinha como lema “Tudo é Número”, evidenciando a forte influência mesopotâmica, onde o teorema que recebe o seu nome ($a^2 = b^2 + c^2$), mesmo já sendo conhecido dos babilônios há mais de um milênio de seu nascimento, pois foram os pitagóricos os primeiros estudiosos a demonstrá-lo, justificando sua denominação, tal como é conhecido até nossos dias (ARAUJO, 2016).

Para Tartaglia Filho (2016), emerge a escola pitagórica como uma transição entre a matemática de Tales e Euclides, sendo obscurecida pela publicação de Os Elementos de

Euclides, tendo seu material descartado, logo perdido em virtude do esquecimento, vindo a ser escrita através de manuscritos e relatados tempo anos após.

A proposição a seguir retrata como Euclides descreveu o Teorema de Pitágoras:

Proposição XLVII. Em todo o triângulo retângulo o quadrado feito sobre o lado oposto ao ângulo reto, é igual aos quadrados formados sobre os outros lados, que fazem o mesmo ângulo reto (EUCLIDES, 1944, p.53).

Uma das grandes contribuições da escola pitagórica à matemática foi organizar algumas partes da geometria, como a teoria das paralelas, por meio do método demonstrativo. Ou seja, por meio de teoremas. Diga-se, a bem da verdade, porém, que nenhum escrito da escola pitagórica sobreviveu até hoje e, portanto, informações como essa derivam de fontes indiretas muito posteriores. Assim, por exemplo, com base em alguns depoimentos posteriores, acredita-se que os pitagóricos tenham sido o primeiro a fazer a demonstração daquilo que se tornaria conhecido como o Teorema de Pitágoras. Atualmente esse teorema costuma ser enunciado assim: “O quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados dos catetos”. Por volta do ano 500 a.C., quando a escola estava no auge de seu esplendor, foi fechada sob a acusação de apoiar a aristocracia, contrária ao governo (FERREIRA, 2015).

Neste contexto, salutar se faz mencionar visão de Eves (2004) ao relatar sobre Pitágoras:

[...] Ao que parece Pitágoras nasceu por volta de 572 a. C. na ilha Egeia de Samos. É possível que tenha sido discípulo de Tales, pois era cinquenta anos mais novo do que este e morava perto de Mileto, onde viva Tales. Depois parece que residiu por algum tempo no Egito e pode mesmo ter-se abalançado a viagens mais extensas. Ao retornar a Samos encontrou o poder nas mãos do tirano Polícrates e a Jônio sob o domínio persa; decidiu então emigrar para o porto marítimo de Cretona, uma colônia grega situada no sul da Itália. Lá ele fundou a famosa escola pitagórica, que, além de ser um centro de estudo de filosofia, matemática e ciências naturais, era também uma irmandade estreitamente unida por ritos secretos e cerimônias. Com o tempo, a influência e as tendências aristocráticas da irmandade tornaram-se tão grandes que forças democráticas do sul da Itália destruíram os prédios da escola fazendo com que a confraria se dispersasse. Segundo um relato, Pitágoras fugiu para Metaponto onde morreu, talvez assassinado, com uma idade avançada entre setenta e oitenta anos de idade. A irmandade, embora dispersa, continuou a existir por pelo menos mais dois séculos (EVES, 2004, p.97).

Desse modo, seu grande mérito refere-se a descoberta de que os números e sua existência está alem do mundo concreto, podendo-se descobrir verdades que estavam além de preceitos e opiniões, fortificando seus trabalhos e não causariam distinção nas civilizações (FERREIRA, 2015).

Para Bressiani (2011), pode-se elencar como uma de suas contribuições matemática a organização de algumas partes da geometria, como a teoria das paralelas, por meio do método

demonstrativo. Sua escola possuía um símbolo denominado Pentagrama (ou seja, um pentágono estrelado), com diagonais se intersectando formando outro pentágono regular e estes pontos de intersecção dividem a diagonal na chamada secção áurea.

Além disso, sua filosofia apresenta traços do homem e da matéria atribuídos aos números inteiros, exaltando-os juntamente com a geometria, a música e a astronomia vistas como artes básicas dos estudos pitagóricos; posteriormente denominadas na Idade Média como quadrivium, ao qual foi acrescentado o trivium, formado pela gramática, lógica e retórica. Tais artes eram consideradas como extremamente e indispensáveis na época para que uma pessoa fosse dita como educada. A Pitágoras e aos pitagóricos foi ainda atribuído, segundo os registros da física-matemática, o estudo científico das escalas musicais, usadas até hoje (EVES, 2004).

Ressalta-se ainda que, a tradição é unânime em atribuir a Pitágoras a descoberta do teorema sobre triângulos retângulos, conhecido universalmente pelo seu nome. Entretanto, esse teorema já era aplicado por civilizações anteriores à mais de um milênio antes dos primeiros trabalhos gregos nessa área serem desenvolvidos (BALBINO JÚNIOR, 2015).

Importante destacar que, por meio da historiografia descobriu-se que, como pontuam Berlinghoff e Gouvêa (2010) o teorema de Pitágoras era usado na Mesopotâmia, no Egito, na Índia, na China e na Grécia, onde suas referências mais antigas são relatadas na Índia; demonstrando sua existência ao longo de outras culturas matemáticas antes mesmo do período do próprio Pitágoras. Contudo, a ele, Pitágoras, cabe a primeira demonstração do teorema, daí a homenagem do nome, onde se lê: “A medida da área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das medidas das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos”, ou simplesmente: “O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos”. Usando a linguagem matemática, ou seja, a simbologia, podemos diminuir essa frase e escrevê-la de uma forma que possa ser compreendida em qualquer país do mundo (SOUZA, 2013).

Por outro lado, Santos, Santos e Oliveira (2015) enfatizam que, o Teorema de Pitágoras é considerado pelos vários estudiosos da matemática como um dos mais importantes da história. Vários resultados importantes em geometria teórica, bem como da solução de problemas práticos relacionados às medidas, foram descobertos através desse teorema. O fato é que o Teorema de Pitágoras é considerado um dos mais famosos e úteis da geometria elementar o que foi demonstrado por várias civilizações no decorrer da história.

O Teorema de Pitágoras evidenciou que a medida da diagonal de um quadrado qualquer não podia ser expressa em termos de números inteiros, tornando-se uma das grandes realizações dos pitagóricos, causando desconforto entre seus defensores. Além disso, parecia

contrária ao senso comum, pois intuitivamente havia o sentimento de que toda grandeza poderia ser expressa por números racionais (BALBINO JÚNIOR, 2015).

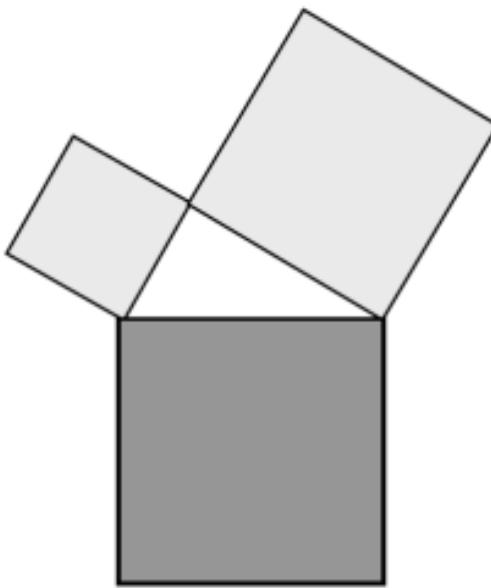
Consoante Ferreira (2015), o Teorema de Pitágoras pode ser aplicado em qualquer triângulo retângulo no intuito de determinar uma das medidas quando conhecidas as outras duas; não se restringindo somente ao triângulo retângulo, de acordo com estudos da época, eram conhecidos os números inteiros e as frações, sendo através das aplicações do Teorema iniciado o estudo dos números irracionais.

O Teorema de Pitágoras corresponde a uma ferramenta muito importante na resolução de inúmeros problemas não só na geometria, mas também em várias outras áreas da matemática e de outras ciências. A importância a que se tem dado ao seu estudo, talvez, não exprima em sua totalidade tamanha grandeza e, muito menos a pouca contextualização histórica o valorize da maneira ideal. Ao professor de matemática cabe sempre estimular a curiosidade dos estudantes, para que possam seguir em frente com suas próprias descobertas, contemplando as grandes realizações do passado (BALBINO JÚNIOR, 2015).

6. APLICABILIDADE DO TEOREMA DE PITÁGORAS NO COTIDIANO

Em conformidade com Araújo (2016), o Teorema de Pitágoras é investigado, reconhecido e admirado por estudiosos da área matemática por ser um dos mais belos e aplicáveis teoremas, enunciando que: “Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos”.

Figura 1 – Representação geométrica do Teorema de Pitágoras



Fonte: Santos (2011).

Por sua vez, Souza (2013) pontua que o Teorema de Pitágoras possui diversas aplicações nas mais variadas áreas do conhecimento. A área de transportes é uma delas, aqui o teorema contribui na logística, no cálculo de largura de rios e distâncias entre cidades, por exemplo. Na trigonometria, temos o cálculo de seno, cosseno, tangente, relação fundamental da trigonometria e a lei dos cossenos. Na geometria, é utilizado para o cálculo da diagonal do quadrado, cálculo da altura do triângulo equilátero, são calculadas distâncias: é possível realizar levantamentos topográficos através de uma triangulação. Na Física, para cálculo de grandezas escalares e vetoriais e na Biologia, na representação geométrica dos desenhos mostrando as proporções entre homens e animais e na contagem de frações de medicamentos, usando, por exemplo, o conta gotas. Na aeronáutica, tais conceitos são aplicados para que não haja colisões em rotas de aviões.

Segundo Santos (2011), o referido Teorema é concebido por distintos estudiosos como um dos mais significativos na história da matemática, haja vista que, inúmeros resultados

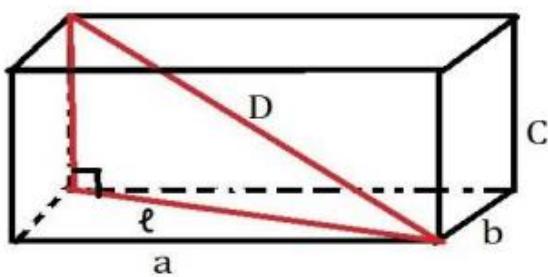
relevantes na geometria teórica, como também na resolução de problemas práticos relativos à medidas foram descobertos através do referido teorema. Ressalta-se ainda que, é concebido como o mais célebre da geometria elementar sendo demonstrado por inúmeras civilizações ao longo da história, fazendo-se necessário que cada professor conheça suas possíveis demonstrações para que possa utilizar em sua prática pedagógica permitindo a participação dos alunos.

O Teorema de Pitágoras tem diversas aplicações na Matemática como também na vida prática. Na Matemática pode-se citar: O Problema de Hipócrates, a distância entre dois pontos, a condição de perpendicularidade, a diagonal do retângulo e a diagonal do paralelepípedo retângulo. Uma aplicação que é bastante interessante do Teorema de Pitágoras e apropriada para os alunos que estão tendo o primeiro contato com este conteúdo é a demonstração da área de um triângulo equilátero (AMORIM, 2015).

Coadunando com o exposto, Guariente (2015) destaca que, o Teorema de Pitágoras é utilizado por diversos campos da Matemática, bem como por outras áreas abrangendo entre outras Biologia e Física, por isto é de grande importância que o aluno possa utilizar esta ferramenta em diferentes situações como:

- A) Em geometria plana, o teorema pode ser usado para calcular a diagonal de um cubo, de um paralelepípedo, uma pirâmide e prisma.

Figura 2 – Cálculo da diagonal



Fonte: Guariente (2015).

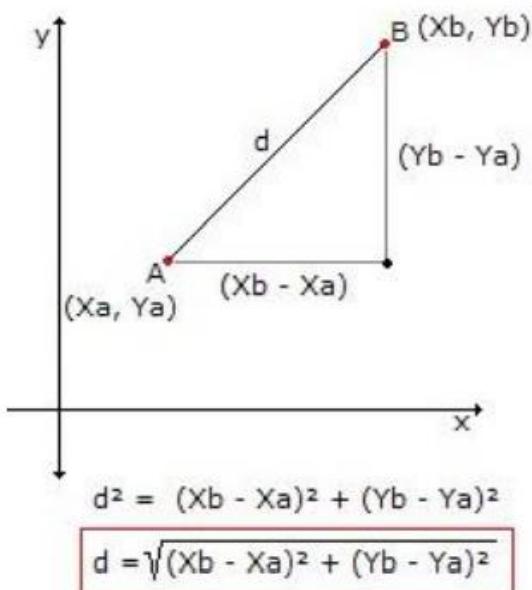
A figura visualizada acima, abordando um triângulo retângulo a área do paralelepípedo construído sobre a hipotenusa é igual à soma dos quadrados construídos sobre os catetos; ficando evidenciado que a interpretação geométrica do Teorema de Pitágoras não se limita apenas aos quadrados. Ela é válida para quaisquer três figuras semelhantes que também sejam construídas sobre seus catetos e sua hipotenusa. Essas figuras não precisam ser necessariamente polígonos, basta apenas que sejam semelhantes, como é o caso dos

semicírculos (CASTRO, 2013; GIOVANNI; BONJORNO, 2005).

Vale ressaltar que, nesse caso, se alguma das medidas das arestas do paralelepípedo for um número irracional, não haverá possibilidade de demonstração, porém no caso de todas as arestas tiverem como medidas números racionais, existe essa possibilidade (ARAUJO, 2016).

- B) Em geometria analítica, para identificar a distância de um ponto a outro ponto, de um ponto a reta.

Figura 3 – Distância entre dois pontos

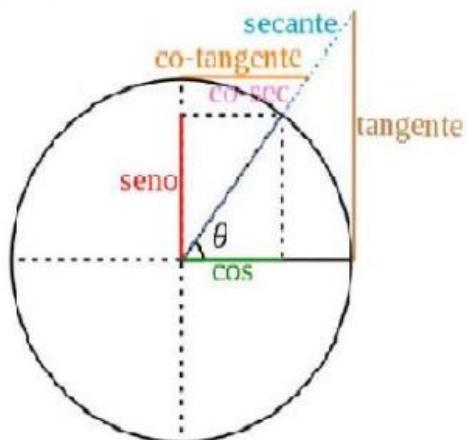


Fonte: Guariente (2015).

Verifica-se que a resolução de questões envolvendo o cálculo da distância entre dois pontos no espaço assenta-se nas premissas do teorema de Pitágoras; em que através de seu uso, torna-se possível chegar à fórmula usada para calcular o comprimento do segmento de reta que liga dois pontos. Para calcular a distância entre dois pontos no espaço, é necessário calcular antes a distância entre dois pontos no plano (GIONANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009; BALBINO JÚNIOR, 2015).

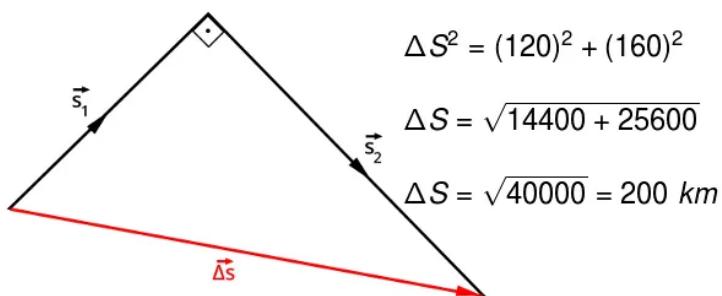
- C) Em trigonometria, para definir o eixo do seno, do cosseno e da tangente, conforme demonstrado na figura abaixo:

Figura 4 – Definições de razões trigonométricas



Fonte: Guariente (2015).

D) Aplicação na física para calcular o deslocamento



E) Resolução de Integração por Substituição Trigonométrica

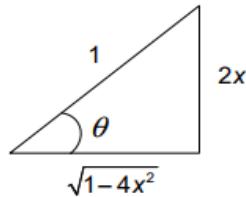
$$\int \sqrt{1-4x^2} dx$$

Expressão: $\sqrt{a^2 - x^2}$; Substituição: $x = a \sen \theta$

Portanto: $2x = \sen \theta \Rightarrow x = \frac{1}{2} \sen \theta d\theta \Rightarrow dx = \frac{1}{2} \cos \theta d\theta, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

$$\sqrt{1 - 4x^2} = \sqrt{1 - \sen^2 \theta} = \sqrt{\cos^2 \theta} = |\cos \theta| = \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{1 - 4x^2} dx &= \int \cos \theta \cdot \frac{1}{2} \cos \theta d\theta = \frac{1}{2} \int \cos^2 \theta d\theta = \frac{1}{2} \int \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta) d\theta = \\ &= \frac{1}{4} \int (1 + \cos 2\theta) d\theta = \frac{1}{4} \int d\theta + \frac{1}{4} \int \cos 2\theta d\theta = \frac{1}{4} \theta + \frac{1}{8} \sen 2\theta + C = \\ &= \frac{1}{4} \theta + \frac{1}{8} \cdot 2 \sen \theta \cos \theta + C = \frac{1}{4} \theta + \frac{1}{4} \sen \theta \cos \theta + C = \frac{1}{4} (\theta + \sen \theta \cos \theta) + C \end{aligned}$$



$$\sen \theta = 2x \Rightarrow \theta = \arcsen(2x)$$

$$\cos \theta = 1 - 4x^2$$

$$= \frac{1}{4} [\arcsen(2x) + 2x\sqrt{1 - 4x^2}] + C$$

Constata-se que, o Teorema de Pitágoras possui inúmeras aplicações em diversas áreas do conhecimento que facilitam a atuação profissional do homem como logística, engenharia, arquitetura, urbanismo, topografia, entre outras. Por isso, deve-se dar muita atenção a este assunto. Na Matemática do ensino fundamental e médio, é parte integrante do estudo da Geometria e Trigonometria. Na Física, principalmente, no estudo de grandezas vetoriais é necessário lançar mão da Geometria Plana e Espacial para determinar o módulo, direção ao e sentido dos vetores. Na Biologia, para determinar a força quando este se encontra em um plano inclinado, ou mesmo, para calcular a força de alavanca promovida pelos movimentos das articulações de um braço (ARAÚJO, 2016).

Em consonância com tais entendimentos, salutar se faz acrescentar sobre a educação matemática que,

Ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos. Não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor (DANTE, 2010, p. 36).

Considerando tal concepção, o professor deve buscar que os seus alunos consigam ver o Teorema de Pitágoras, com outros olhos, passando a utilizar os conhecimentos adquiridos para responder diversas situações, que estejam aptos a relacionar a Matemática do saber

científico com a Matemática utilizada no dia a dia, despertando-os pelo gosto pelo estudo e, consequentemente tornando o saber matemático algo prazeroso (SOUZA, 2013).

Com isso, é de suma importância ressaltar o valor desse teorema que sempre chamou à atenção de intelectuais ao longo da história, assim, muitas de suas diferentes maneiras de demonstrá-lo foram reunidas na publicação feita por Elisha Scott Loomis, professor de Matemática em Cleveland, Ohio (Estados Unidos). No ano de 1927, ele reuniu 230 demonstrações, em uma segunda publicação, em 1940, este número subiu para 370 demonstrações (ARAÚJO, 2016).

Portanto, constata-se a existência de grande quantidade de demonstrações possíveis para comprovar o Teorema de Pitágoras, servindo de paradigmas para outras prováveis demonstrações, sendo que, Lima (1940) catalogou 370 demonstrações, subdividindo-as em algébricas (pautadas em relações métricas) e geométricas (abordando a comparação entre áreas distintas) (SANTOS, 2011).

7. CONCLUSÃO

Considerando o que foi exposto, por meio da realização deste estudo, obteve-se o fim inicialmente proposto, abrangendo a aplicação prática do Teorema de Pitágoras. A revisão de literatura proporcionada acarretou o percurso necessário para o alcance de melhores caminhos para o entendimento do problema em questão; percebendo-se que a educação matemática evoluiu surpreendentemente e de forma acelerada nos últimos tempos. Além disso, o objetivo passou a ser o de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela presença dessa área do conhecimento em diversos campos da atividade humana. Neste prisma, constatou-se que a revisão bibliográfica sobre o tema constituiu importante ferramenta favorecendo uma maior compreensão da complexidade que envolve a questão.

Neste contexto, a educação matemática é relevante na medida em que a sociedade necessita e se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, sendo estes fundamentais para a inserção das pessoas como cidadãos no mundo do trabalho, da cultura e das relações sociais. Dessa forma, a atividade matemática escolar deve constituir-se da construção e apropriação de um conhecimento pelo aluno, que utilizar-se-á dele para compreender e transformar sua realidade.

Assim, mediante o que aponta nosso estudo, os profissionais da Educação Matemática muito tem se esforçado para excluir da matemática a visão limitada que a considera uma ciência exata, apresentando-a como uma ciência dinâmica e em constante processo de evolução. Evolução esta, que está inter-relacionada à postura do professor, que deve comportar-se como um investigador, participando ativamente da criação de novos currículos, traçando objetivos, metodologias, estratégias que extrapolam os limites da sala de aula, apresentando resultados diferentes e influência motivadora, possibilitando ao aluno generalizar, argumentar e criar conceitos matemáticos ligados a situações concretas. Este fato permite-nos relacionar matemática com o contexto social.

Constatou-se que, o Teorema de Pitágoras constitui ferramenta essencial para a educação matemática abordando a solução de distintos problemas, nas diferentes áreas do saber e campos profissionais, por isso, deve ser tratado com a devida atenção, incentivando seus alunos na prática com material concreto promovendo uma aprendizagem significativa, favorecendo uma abordagem mais ampla a respeito do referido Teorema e sua aplicabilidade no cotidiano.

Outrossim, ressalta-se a necessidade de ampliação no número de estudos voltados à aplicabilidade prática do Teorema de Pitágoras, servindo como fundamento a equipe educacional envolvida no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Diante disso, espera-se que este estudo possa contribuir para o aprofundamento dos conhecimentos acerca da temática e, principalmente, possa despertar o interesse para o desenvolvimento de novos estudos, haja vista que se trata de uma problemática bastante complexa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AABOÉ A. **Episódios da Historia Antiga da Matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2002.

ACOSTA, J. U.R. **Analogía para derivar un teorema extendido de Pitágoras para “N” dimensions**. México. v.13, n.1, mar./2012.

AMORIM, M.P.N. **Uma Abordagem da Generalização do Teorema de Pitágoras numa turma do 9ºano do Ensino Fundamental**. 2015. 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro - BA, 2015.

ANDRINI, Á. **Novo Praticando Matemática**. Ensino Fundamental. São Paulo: Editora do Brasil: 2002.

ARAÚJO, A. A. **Teorema de Pitágoras: história, demonstrações e aplicações**. 2016. 43f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

AZEVEDO, F. **As ciências no Brasil**. São Paulo: Melhoramentos, 1994.

BALBINO JÚNIOR, V.R. **Teorema de Pitágoras: Aplicações em Objetos de Aprendizagem**. 2015. 96f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Geociências e Ciências Exatas) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2015.

BARASUOL, F. F. A matemática da pré-história ao antigo Egito. **UNIrevista**. v.1, n.2, 2006.

BASSANEZI, R. **Modelagem matemática**. Blumenau: Dynamis, v.7, 1994.

BERLINGHOFF, W.P.; GOUVÊA, F.Q. **A matemática através dos tempos**. 2.ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010. 496p.

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRESSIANI, L. **Teorema de Pitágoras: Abordagem em Mídias Digitais**. 14. Porto Alegre. 2011.

CASTRO, W. M. F. **Sobre o Teorema de Pitágoras**. 2013. 55 f. Monografia (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal Fluminense, 2013.

DAMÁZIO, A. **A prática docente do professor de matemática**: pedagogia que fundamenta o planejamento e execução do ensino. Florianópolis, SC: UFSC, 1991.

D'AMBRÓSIO, V. Etnomatemática e modelagem. In: **Anais do I Congresso Brasileiro de Etnomatemática** – CBEM 1 FE – São Paulo: USP, 2000. p.142.

DANTE, L.R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004

FERREIRA, A.S. **Teorema de Pitágoras e suas aplicações**. 2015. 55f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática Semipresencial) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

FOSSA, J.A. **Presenças matemáticas**. Rio Grande do Norte: EDUFRN, 2004.

GIOVANNI JÚNIOR, J.R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**, 9º ano. São Paulo: FTD, 2009.

GIOVANNI, J.R.; BONJORNO, J.R. **Matemática Completa**, 2.ed. São Paulo: FTD, 2005.

GUARIENTE, Márcia Indrusiak Vinhaes. **Teorema De Pitágoras: Aplicações**. 2015. 25f. Trabalho de Conclusão do Curso (Especialização: Matemática, Mídias Digitais e didática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, São Leopoldo, 2015.

IMENES, L.M. **Descobrindo o teorema de Pitágoras**. 2.ed. São Paulo: Scipione, 1988.

LEGADO de Pitágoras, O. **Documentário**. Ep.2. 2010. Disponível em:
https://www.youtube.com/watch?v=aeiJtsCh_QU Acesso em 28 dez.2021.

LIMA, E.L. **Matemática e Ensino**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares**. 12 ed. Rio de Janeiro: SBM, 256 p. Coleção do Professor de Matemática. 2006.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática**. Faculdade de Educação. Unicamp. Campinas, 1993. (Tese de Doutorado)

MOTERLE, J. **Teorema de Pitágoras**. 2010. 37f. Trabalho de conclusão de curso (Curso de Matemática) – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – Campus de Erechim. Erechim, 2010.

SANTOS, A.M.Q.; SANTOS, F.H.C.; OLIVEIRA, R.M. **Teorema De Pitágoras: Demonstrações**. 2015. 60f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal do Amapá, Macapá/AP, 2015.

SANTOS, M. C. **Teorema de Pitágoras: suas diversas demonstrações**. 2011. 42f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, 2011.

SOUZA, M. G. C. **Conhecendo, Demonstrando e Aplicando o Teorema De Pitágoras.** 2013. 30f. Unidade Didática Pedagógica (Programa PDE – Programa de Desenvolvimento Educacional) – Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Marilena, 2013.

TARTAGLIA FILHO, L. **Teorema de Pitágoras, aplicações de demonstrações em sala de aula.** 2016. 138p. Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, São Carlos: UFSCar, 2016.

[https://engenhariaexercicios.com.br/calcu.../integral-substituicao-](https://engenhariaexercicios.com.br/calcu.../integral-substituicao-trigonometrica/)

[trigonometrica/https://brasilescola.uol.com.br/fisica/velocidade-vetorial.htm](https://brasilescola.uol.com.br/fisica/velocidade-vetorial.htm)