



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PIAUÍ
CAMPUS POETA TORQUATO NETO
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DO CURSO DE FÍSICA

Athirson Alencar Coelho

Transições de fase e fenômenos Críticos do Modelo Epidêmico Difusivo Calazar 1D

A R T I G O

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em Física
da Universidade Estadual do Piauí Campus Po-
eta Torquato Neto como parte dos requisitos obri-
gatórios para a obtenção do título de Licenciado
em Física.

Orientador: Prof. Dr. Antonio de Macedo Filho

Teresina(PI), Junho de 2025

Transições de fase e fenômenos Críticos do Modelo Epidêmico Difusivo Calazar 1D

Article Production

Athirson Alencar Coelho[†]

Orientador: Prof. Dr. Antonio de Macedo Filho[‡]

[†]a.alencar.c@uespi.aluno.br, [‡]amfilho@prp.uespi.br

TCC - Licenciatura em Física - CCN - UESPI | Teresina(PI), Junho de 2025

Resumo

No estudo em transições de fase e fenômenos críticos em sistemas fora do equilíbrio termodinâmico tem ganhado destaque, particularmente na modelagem de processos complexos como a propagação de epidemias. Modelos estocásticos espacialmente explícitos, como o Processo Epidêmico Difusivo (DEP), permitem investigar a interação entre reação e difusão e seu impacto no comportamento crítico do sistema. Inspirado no DEP e com relevância para a dinâmica de doenças como a leishmaniose visceral (calazar), este trabalho aborda fenômenos físicos associados a sistemas como o processo de contato, que pode ser interpretado como um modelo de transmissão epidemiológica. Tanto os sistemas físicos quanto as epidemias são sistemas fora do equilíbrio, compartilhando propriedades críticas universais, como transições de fase e expoentes críticos. Neste contexto, com a finalidade de compreender a propagação de uma epidemia, como a leishmaniose visceral (LV) é uma doença endêmica em cinco continentes, é causada por protozoários do gênero *Leishmania*. Utilizamos o modelo epidêmico introduzido por Harris, que descreve a dinâmica de propagação em uma rede de conexões entre indivíduos, representados como sítios em uma rede. Cada indivíduo pode estar em um de dois estados: suscetível (saudável) ou infectado. A transmissão ocorre por contato direto: se um vizinho estiver infectado, há uma probabilidade definida de contaminação, proporcional ao número de sítios vizinhos. Esse processo poder ter dois estados no fim que são, o ativo e absorvente, onde um a epidemia não cessa completamente e no outro é que todos os indivíduos fiquem suscetíveis. Assim, a propagação de epidemias por contato direto permite explorar propriedades físicas como transições de fase, criticalidade e expoentes críticos, caracterizando os diferentes estados possíveis do sistema.

Abstract

The study of phase transitions and critical phenomena in systems out of thermodynamic equilibrium has gained prominence, particularly in the modeling of complex processes such as the propagation of epidemics. Spatially explicit stochastic models, such as the Diffusive Epidemic Process (DEP), allow the investigation of the interaction between reaction and diffusion and its impact on the critical behavior of the system. Inspired by the DEP and with relevance to the dynamics of diseases such as visceral leishmaniasis (kala-azar), this work addresses physical phenomena associated with systems such as the contact process, which can be interpreted as a model of epidemiological transmission. Both physical systems and epidemics are out of equilibrium systems, sharing universal critical properties, such as phase transitions and critical exponents. In this context, in order to understand the spread of an epidemic, as visceral leishmaniasis (VL) is an endemic disease on five continents, caused by protozoa of the genus *Leishmania*, we use the epidemic model introduced by Harris, which describes the dynamics of propagation in a network of connections between individuals, represented as sites in a network. Each individual can be in one of two states: susceptible (healthy) or infected. Transmission occurs by direct contact: if a neighbor is infected, there is a defined probability of contamination, proportional to the number of neighboring sites. This process can have two states at the end, which are active and absorbent, where in one the epidemic does not cease completely and in the other all individuals remain susceptible. Thus, the propagation of epidemics by direct contact allows us to explore physical properties such as phase transitions, criticality and critical exponents, characterizing the different possible states of the system.

Palavras-chave: Transição de fase, Fenômenos críticos, Processo epidêmico difusivo, Processo de contato, Expoentes críticos, calazar.

Keywords: Phase transition, Critical phenomena, Diffusive epidemic process, Contact process, Critical exponents, kala-azar.

Sumário

1	Introdução	4
2	Leishmaniose Visceral (Calazar): Aspectos Clínicos, Diagnóstico e Tratamento	5
2.1	Leishmaniose visceral(Calazar)	5
2.2	Método de Contaminação	5
2.3	Sintomas	6
2.4	Tratamento da Leishmaniose Visceral	6
3	Fundamentos teóricos	6
3.1	Transição de Fase e Fenômenos Críticos	6
3.2	parâmetro de ordem	7
3.3	cumulante de Binder	8
3.4	Flutuação do parâmetro de ordem	8
3.5	Classe de Universalidade	8
4	Processo de Contato	9
5	Objetivos	9
5.1	Objetivo Geral	9
5.2	Objetivos Específicos	10
6	Desenvolvimento	10
7	Resultados	11
8	considerações finais	17
	Referências	18

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, ao meu orientador Prof. Dr. Antonio de Macedo Filho, ao Programa de Educação Tutorial (PET), pelo apoio financeiro, à minha avó Maria do Espírito Santo dos Santos, aos meus amigos do curso, e ao grupo de professores do curso de Licenciatura Plena em Física da UESPI, bem como a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

1 Introdução

A física estatística estuda vários tipos de processos, como transição de fase e fenômenos críticos, em estado como fora ou em equilíbrio. Numa pandemia de vírus apresenta um propagação que pode-se comporta mentar fora de equilíbrio, com a modelagem do comportamento pode-se apresentar as propriedades de sistema em equilíbrio, no análise em finito, segundo TOMÉ.

Com a finalidade de compreender a propagação de uma epidemia, leishmaniose visceral (LV) é uma doença endêmica em cinco continentes, com casos humanos relatados em cerca de 54 países localizados em regiões tropicais e subtropicais. Mais de 90 dos casos mundiais ocorrem em Bangladesh, Índia, Sudão, Sudão do Sul, Etiópia e Brasil, a incidência anual estimada da doença é de cerca de 200.000 a 400.000 novos casos, de acordo com AGUIAR; RODRIGUES.

Esses parasitas são transmitidos através da picada de um pequeno inseto chamado *Lutzomyia longipalpis*, popularmente conhecido como mosquito-palha ou birigui, que infectam seres como humanos, animais. Quando esse mosquito infectado entra em contato com um indivíduo, liberando os parasitas na corrente sanguínea, resultando na doença, qual pode apresentar sintomas como febre alta, aumento do abdômen, fraqueza e cansaço excessivo, perda de peso e palidez. Diversos fatores influenciam a expansão e modificação das características epidemiológicas da leishmaniose visceral (LV), como o fluxo migratório, a introdução de hospedeiros infectados em áreas com presença do vetor, e o desmatamento, de acordo com MARCONDES; ROSSI; FREITAS; AGUIAR; RODRIGUES.

A LV é causada por protozoários do gênero *Leishmania*, transmitidos pela picada do *mosquitopalha*. Os principais sintomas incluem febre alta, aumento do abdômen, fraqueza, perda de peso e palidez. Entre 2001 e 2014, foram registrados 48.720 casos de LV nas Américas, com o Brasil representando 96,42 dos casos. Em 2014, 64,7 dos casos foram em homens, 33,4 em crianças menores de cinco anos, e 31,7 em pessoas entre 20 e 50 anos. Também foram notificados 242 casos de coinfeção LV/HIV e 235 mortes, com uma taxa de letalidade de 6,6 no Brasil e 4,9 no Paraguai, segundo MARCONDES; ROSSI; FREITAS; AGUIAR; RODRIGUES.

O presente trabalho, desenvolvido com o intuito de estudar os fenômenos termodinâmicos, com ênfase na mecânica estatística, especialmente em transições de fase fora do equilíbrio e criticalidade. Esse enfoque pode ser aplicado em diversas áreas, como economia, sociologia e biologia. O projeto propõe um do modelo, com base nos estudos do processo de contato introduzido por Harris, em 1974, segundo TOMÉ; HARRIS, chamado baseado no Modelo Processo Epidêmico Calazar Difusivo (MPECD), utilizando uma rede unidimensional como substrato. O modelo PED simula a propagação de uma infecção em uma população, onde indivíduos saudáveis e infectados podem se mover na rede com velocidades iguais ou diferentes. A proposta será investigada por meio de técnicas de modelagem computacional, e espera-se que a topologia da rede influencie as propriedades físicas do sistema, como o limiar de transição de fase e a classe de universalidade.

O modelo proposto é um sistema de partículas interagentes, baseado em uma rede regular com regras locais. No processo de contato, cada sítio i da rede pode estar em um dos dois estados: vazio ($s_i(t) = 0$) ou ocupado ($s_i(t) = 1$). Durante a evolução do sistema, um sítio é escolhido aleatoriamente: 1) Se o sítio estiver vazio, ele se torna ocupado com uma taxa de transição proporcional ao número de vizinhos ocupados. Para um sítio com κ vizinhos ocupados, a taxa de transição é dada por $\lambda\kappa$, lambda λ , onde lambda é um valor positivo. 2) Se o sítio estiver ocupado, ele se torna vazio com uma taxa de transição igual a 1, conforme TOMÉ.

No contexto deste modelo, o primeiro caso representa um processo de criação auto catalítica de partículas, enquanto o segundo corresponde a um processo de aniquilação espontânea. O estado absorvente do sistema ocorre quando todos os sítios estão vazios ($s_i(t) = 0$), segundo TOMÉ; SILVA; FILHO et al.; MAIA. Harris demonstrou que, no limite termodinâmico, o processo de contato possui um estado ativo, além do estado absorvente.

Isso é significativo porque, em sistemas finitos, o estado absorvente é sempre alcançado se o tempo for suficientemente longo. No limiar da transição, em sistemas fora do equilíbrio, certas grandezas divergem no ponto crítico, que é o ponto em transição de fase, de acordo com os SABAG; SILVA; SILVA; SANTOS; MAIA; FILHO. O modelo proposto será analisado utilizando técnicas de modelagem computacional, com uma cadeia unidimensional como base. Através de métodos da Mecânica Estatística, buscaremos determinar as propriedades físicas de interesse do sistema.

Em particular, pretendemos estimar o limiar de transição (ponto crítico) entre as fases ativa (com infecção) e inativa (sem infecção), bem como suas propriedades críticas associadas (expoentes críticos), com o objetivo de identificar sua classe de universalidade. Além disso, utilizaremos o método de análise da escala de tamanho finito para calcular os expoentes críticos estáticos β/ν e $1/\nu$, que são fundamentais para definir a classe de universalidade do modelo de acordo com ALMEIDA; SABAG; MENDONÇA; SILVA; ARASHIRO; MAIA; TOMÉ; SILVA.

Portanto, esta pesquisa traz dados que podem ajudar saúde em controle e combate de doenças epidemiologias como a leishmaniose visceral com a compreensão da doença, quando terá um maior crescimento de contaminação e seu pico, que poderá ajudar a entender o comportamento uma epidemiologia.

2 Leishmaniose Visceral (Calazar): Aspectos Clínicos, Diagnóstico e Tratamento

2.1 Leishmaniose visceral(Calazar)

A Leishmaniose Visceral (LV), conhecida popularmente como Calazar, tem suas primeiras suspeitas na América do Sul ligadas a Carlos Chagas em 1911 – 1912, no vale amazônico. A primeira descrição humana nas Américas ocorreu em 1913 por Migone, a partir de um caso do atual Mato Grosso do Sul. A confirmação da doença como autóctone e de alta ocorrência nas Américas veio com os estudos de Penna em 1934. Em 1936, Evandro Chagas realizou o primeiro diagnóstico in vivo e classificou o agente como *Leishmânia chagasi*, segundo MARCONDES; ROSSI; SANTOS; SILVA; SILVA[2013, 2025]. A Leishmaniose Visceral (LV), conhecida como "calazar", como um doença transmitida por animais e humanos no Brasil, inicialmente concentrada na região Nordeste. Nas últimas décadas, houve expansão para as regiões Norte, Sudeste e Centro-Oeste, impulsionada por fatores como migração humana, desmatamento, urbanização desordenada e alterações ecológicas. A doença ganhou relevância com o surgimento da epidemia de doenças que atacar o sistema imunológicos como a AIDS, tornando-se uma infecção oportunista em pacientes com sistema imunológico fraco, conforme AGUIAR; RODRIGUES[2017].

O Brasil é responsável por cerca de 90% principalmente na Região Nordeste dos casos de LV na América Latina, sendo a doença endêmica em grande parte do território. Em 2012, foram notificados 3.038 casos humanos, com incidência de 1,57 casos/100.000 habitantes e letalidade de 7,1%. A doença, historicamente concentrada em áreas rurais do Nordeste, passou por um processo de expansão geográfica e urbanização, atingindo grandes centros urbanos nas regiões Norte, Centro-Oeste e Sudeste. Em 2011, 47,8% dos casos estavam no Nordeste e 15% no Sudeste. Crianças até nove anos são as mais afetadas (41,9% dos casos em 2012), e a coinfeção com HIV é um fator preocupante, atingindo 8,5% dos pacientes no Brasil naquele ano, segundo MARCONDES; ROSSI; SANTOS; SILVA; SILVA [2013, 2025].

2.2 Método de Contaminação

A transmissão do Calazar ocorre principalmente pela picada de fêmeas infectadas do inseto que se movimenta no sistema, o flebotomíneo *Lutzomyia longipalpis*, no Brasil. O ciclo envolve um hospedeiro vertebrado e o mosquito.

O processo de transmissão da Leishmaniose Visceral é indireto, necessitando de um inseto como vetor biológico. A fêmea do flebotomíneo *Lutzomyia longipalpis* se infecta ao picar um

indivíduo contaminado com *Leishmânia infantum* principalmente cães no ambiente doméstico, mas também outros animais silvestres como na maioria mamíferos. Após um período de desenvolvimento e multiplicação do parasita no tubo digestivo do inseto, as formas infectantes migram para a probóscide que o mosquito tem uma espécie de tromba usada para se alimenta. Ao picar um hospedeiro suscetível, o inseto regurgita saliva contendo os parasitas, Transmitindo-os na pele e iniciando a infecção, de acordo com MARCONDES; ROSSI; AGUIAR; RODRIGUES[2013, 2017].

No parasita, protozoário *Leishmânia infantum*, é ingerido pelo mosquito quando este se alimenta do sangue de um cão ou de reservatório infectado. No intestino do inseto, o parasita se multiplica e migra para a probóscide, sendo inoculado em um novo hospedeiro durante o repasto sanguíneo. Embora outras formas de transmissão (venérea, transplacentária, transfusão sanguínea) tenham sido descritas, a transmissão vetorial é a de maior importância epidemiológica, segundos MARCONDES; ROSSI; FREITAS[2013, 2017].

2.3 Sintomas

No ser humano, a LV é uma doença sistêmica crônica e grave. Os sintomas clássicos incluem febre prolongada e irregular, perda de peso progressiva, fraqueza, anemia, hepatoesplenomegalia (aumento do fígado e baço) e linfadenopatia. Podem ocorrer manifestações cutâneas e complicações como hemorragias e infecções secundárias. Em cães, a doença também é sistêmica e crônica, com sinais variados: perda de peso progressiva, apatia, anemia, hepatoesplenomegalia, lesões de pele (descamação, úlceras, principalmente em focinho, orelhas e cauda), crescimento exagerado das unhas, problemas oculares e renais. Uma característica importante é a alta frequência de cães assintomáticos, que podem permanecer infectados e transmitindo a doença por longos períodos sem apresentar sinais evidentes de sintomas, conformes MARCONDES; ROSSI; FREITAS; AGUIAR; RODRIGUES[2013, 1992, 2017].

2.4 Tratamento da Leishmaniose Visceral

O tratamento da Leishmaniose Visceral humana é demorado e complicado, utilizando medicamentos como os antimoniais pentavalentes e a anfotericina B lipossomal. A duração do tratamento varia conforme o medicamento utilizado, e o estágio da doença isso dependi da resposta do indivíduo, podendo durar semanas ou meses. A cura dos sintomas é geralmente alcançada com o tratamento adequado, mas a cura total com a eliminação do parasita nem sempre ocorre, havendo risco de contrair a doença novamente, especialmente em pacientes com a imunidade baixar. Em cães, o tratamento não leva à cura da eliminação do parasita, o animal continua sendo um reservatório, onde o cão ter que um acompanhamento para ter um controle para não ter um reativação da doença ou uma nova reinfeção do parasita em outros indivíduos, segundos MARCONDES; ROSSI; EPIDEMIOLOGICA [2013], [2014].

3 Fundamentos teóricos

3.1 Transição de Fase e Fenômenos Críticos

Na natureza existem muitos processo de transição de fase como os substancias líquidos que podem existe estados sólido, líquidos e gasosos que é possível apresenta diversa fase termodinâmica de sistema, como os sistema heterogênicos exibirem simultaneamente duas ou mais fase termodinâmica, no modelos epidêmicos difusivos poder se apresentar uma fase ativa (onde a ocorre a transmissão da doença) e uma fase absorvente (um estado em que doença se extingue) são mudanças espontâneas no estado macroscópico de um sistema quando o parâmetro de controle (como temperatura ou taxa de infecção) é variado. Fenômenos críticos ocorrem nas proximidades do ponto crítico, onde flutuações em todas as escalas de comprimento dominam

o comportamento do sistema, levando a leis de potência e universalidade, de acordo com os SALINAS; SILVA; TOMÉ.

Tal como ocorre em modelos epidemiológicos, como o SIS (Suscetível-Infectado-Suscetível) e o SIR (Suscetível-Infectado-Recuperado), exibem transições de fase entre estados ativos (infecção persistente) e absorventes (extinção). O modelo de Calazar é uma doença tropical transmitida por vetores, que pode ser mapeado por modelos de contato ou processos de reação-difusão, onde a dinâmica de infecção e recuperação é analisada em redes ou estruturas unidimensionais (1D).

Na compreensão dos modelos estocásticos de epidemia, exibem transições de fase de segunda ordem (ou contínuas), caracterizadas por divergências em quantidades como o tamanho médio de aglomerados ou o tempo de vida da epidemia próximo ao ponto crítico SANTOS; SOUZA; ALMEIDA; MAIA; SILVA.

O ponto crítico (P_c) é uma análise de transições de fase, dos modelos epidêmicos estocásticos, que representa o valor específico do parâmetro de controle — como a taxa de infecção ou cura — no qual o sistema sofre uma mudança de estado no comportamento, passando de uma fase para outra, separando duas fases distintas:

- Fase ativa: onde a infecção persiste indefinidamente na população;
- Fase absorvente: onde a infecção inevitavelmente se extingue, e o sistema alcança um estado estável sem infectados.

Com análise do ponto Críticos (P_c), pode-se observar, o comprimento de correlação tende ao infinito, indicando que perturbações locais afetam todo o sistema, as flutuações de grandezas como a densidade de infectados atingem máximos e o comportamento das variáveis físicas segue leis de potência caracterizadas por expoentes críticos segundo os ALMEIDA; SILVA; TOMÉ; SILVA

Expoentes críticos e leis de Escala descrevem como quantidades como a densidade de infectados (ρ) e o comprimento de correlação (ξ) se comportam próximo ao ponto crítico (P_c): (β): Descreve o decaimento da densidade de infectados na fase ativa: $\rho \sim |P - P_c|^\beta$, (ν): Relacionado ao comprimento de correlação: $\xi \sim |P - P_c|^{-\nu}$ Relações de Escala: Em sistemas finitos, os expoentes combinados como β/ν e $1/\nu$ são frequentemente medidos para determinar a classe de universalidade, conforme SABAG; MENDONÇA; SILVA; ARASHIRO; SOUZA; SILVA; SILVA, a divergência do comprimento de correlação é capturada por $1/\nu$.

3.2 parâmetro de ordem

O parâmetro de ordem (P_D) é uma grandeza que quantifica o grau de ordenamento de um sistema e se torna nulo ou não-nulo dependendo da fase em que o sistema se encontra. No modelo epidêmicos Difusivo, a densidade de indivíduos infectados (P_D) é um parâmetro de ordem natural. No estado inativo (absorvente), a densidade de infectados é zero, enquanto no estado ativo, ela assume um valor finito. A transição de fase é marcada pela mudança no comportamento desse parâmetro de ordem segundo TOMÉ; FILHO et al.; MENDONÇA; SILVA; ARASHIRO. Em transições de fase contínuas, ou de segunda ordem, o parâmetro de ordem ρ exibe comportamento crítico caracterizado por uma lei de potência da forma:

$$\rho \sim (\lambda - \lambda_c)^\beta, \quad \text{para } \lambda > \lambda_c, \quad (1)$$

onde λ é o parâmetro de controle, λ_c é o ponto crítico e β é o expoente crítico associado à ordem da transição, segundo TOMÉ; SILVA; MAIA; SOUZA; SABAG

Para sistemas de tamanho finito, utiliza-se a hipótese de escala de tamanho finito, que reescreve a equação do parâmetro de ordem como:

$$\rho(\lambda, L) = L^{-\beta/\nu} f \left[(\lambda - \lambda_c) L^{1/\nu} \right], \quad (2)$$

onde ν é o expoente crítico associado ao comprimento de correlação e f é uma função de escala universal. O colapso das curvas de $\rho(\lambda, L)$ para diferentes tamanhos L permite estimar os expoentes críticos e confirmar a presença de comportamento crítico no sistema, segundo TOMÉ; SALINAS; SILVA

3.3 cumulante de Binder

Cumulante de Binder (U): é uma quantidade adimensional construída a partir de momentos do parâmetro de ordem. Uma propriedade notável do cumulante de Binder é que, no ponto crítico, seu valor é independente do tamanho do sistema. Isso significa que as curvas do cumulante para diferentes tamanhos de sistema se cruzam em um único ponto, que corresponde ao ponto crítico da transição. Este método fornece uma das estimativas mais precisas para a localização do ponto crítico em simulações numéricas, de acordo com SANTOS; SILVA; SILVA. Definida a seguir:

$$U = 1 - \frac{\langle \rho^4 \rangle}{3\langle \rho^2 \rangle^2} \quad (3)$$

onde ρ é o parâmetro de ordem do sistema (neste caso, a densidade de infectados), e os colchetes $\langle - \rangle$ indicam médias sobre diferentes realizações do sistema.

A fim de verificar o comportamento crítico de modelos de transição de fase contínua, para sistemas de tamanho finito, utiliza-se a hipótese de escala de tamanho finito, que reescreve a equação do Cumulante de Binder como::

$$U(L, \lambda) = f \left[(\lambda - \lambda_c) L^{1/\nu} \right] \quad (4)$$

3.4 Flutuação do parâmetro de ordem

Flutuação do Parâmetro de Ordem (χ): Definida como a variância da densidade de infectados, a flutuação mede a resposta do sistema a pequenas perturbações. No ponto crítico, as flutuações divergem com o tamanho do sistema, e o expoente crítico γ descreve essa divergência ($\chi \sim L^{(-\gamma/\nu)}$). O pico da curva de flutuação em função do parâmetro de controle é frequentemente usado para estimar a localização do ponto crítico para um sistema de tamanho finito, conforme ALENCAR et al.; FILHO et al.; SABAG; SILVA. Definida a seguir:

$$\chi = L (\langle \rho^2 \rangle - \langle \rho \rangle^2) \quad (5)$$

Para sistemas de tamanho finito, utiliza-se a hipótese de escala de tamanho finito, que reescreve a equação da Flutuação do parâmetro de ordem como:

$$\chi_L = f[\rho - P_C] L^{1/\nu} \quad (6)$$

3.5 Classe de Universalidade

A classe de universalidade de um sistema é determinada por sua dimensionalidade, simetrias e alcance das interações. Para modelos epidemiológicos em 1D, a classe de universalidade mais comum é a da Percolação Direcionada (PD), que descreve transições ativo-absorvente. A PD é caracterizada por expoentes críticos bem definidos, como $\beta \approx 0.276$, $\nu_\perp \approx 1.096$, e $\nu_\parallel \approx 1.733$ em 1D. Esses expoentes são universais, ou seja, independem dos detalhes microscópicos do modelo, conforme TOMÉ; ALENCAR et al.; SANTOS; SILVA.

como por exemplo de alguns modelos que trazem uma estimativa dos expoente críticos, como no modelo SIS em redes unidimensionais exibe transições de fase na classe de universalidade do parâmetro de ordem, com expoentes críticos consistentes com os valores teóricos.

Em redes com heterogeneidades, o critério de Harris-Luck pode alterar os expoentes críticos, mas em 1D, a desordem é frequentemente relevante, no métodos de Monte Carlo e escalamento de

tamanho finito são usados para estimar os expoentes críticos como os, β/ν , $1/\nu$ e γ/ν , validando a universalidade, e transição entre há contaminação da doença e há cura dos infectados elevando ao um estado de absorvente, pois isso pertença à classe de universalidade da parâmetro de ordem, de acordo com SABAG; FILHO; SILVA; SILVA.

Os expoentes β/ν , $1/\nu$ e γ/ν , possam ser obtidos via simulações numéricas, comparando-se com os valores conhecidos da percolação direcionada(PD), a dinâmica de infecção e recuperação seja analisada como um processo de reação-difusão, onde a taxa de contato P atua como parâmetro de controle, a importância dos expoentes críticos e da universalidade na caracterização de transições de fase em modelos epidemiológicos. Para o modelo de Calazar em 1D, a classe de universalidade da PD fornece um quadro teórico bem fundamentado, e os expoentes β/ν , $1/\nu$ e γ/ν são quantidades-chave para análise numérica e validação experimental, de acordo com SILVA; SILVA; SABAG; MAIA; SILVA.

A figura 1 mostra um tabela de uma classe de universalidade do modelo de percolação direcionada, de acordo FILHO [2011].

Figura 1: tabela percolação direcionada(PD).

caso	$D_A; D_B$	símbolo	ρ_c	$1/\nu$	$1/z\nu$
$D_A > D_B$	0.50; 0.25	Δ	4.801(5)	0.500(4)	0.257(3)
	0.75; 0.25	\triangleleft	4.436(4)	0.505(8)	0.245(5)
$D_A = D_B$	0.50; 0.50	\circ	4.252(7)	0.491(7)	0.258(2)
$D_A < D_B$	0.25; 0.75	\diamond	4.079(5)	0.50(5)	0.247(3)
	0.25; 0.50	\square	3.95(2)	0.50(3)	0.257(3)

Fonte: FILHO

4 Processo de Contato

O Processo de Contato é um modelo fundamental que descreve a competição entre indivíduos saudáveis e infectados. Nele, um indivíduo infectado pode transmitir a doença para um vizinho saudável com uma certa probabilidade, enquanto um indivíduo infectado pode se recuperar e se tornar saudável novamente. Este modelo exibe uma transição de fase contínua entre um estado ativo (onde a doença persiste) e um estado inativo (onde a doença se extingue). A densidade de indivíduos infectados atua como o parâmetro de ordem, e a probabilidade de infecção (ou taxa de infecção) é o parâmetro de controle que impulsiona a transição MAIA; TOMÉ; SABAG; SILVA. Em redes, o PC pode ser simulado para diferentes tamanhos e topologias, como a rede de Apolônio. A análise do comportamento do parâmetro de ordem em função do parâmetro de controle permite a identificação do ponto crítico e a determinação dos expoentes críticos, como β/ν , $1/\nu$ e γ/ν . Esses expoentes caracterizam a forma como o parâmetro de ordem se comporta próximo ao ponto crítico e como as escalas de comprimento e tempo divergem SILVA; SILVA.

5 Objetivos

5.1 Objetivo Geral

- Investigar propriedades, transição de fase e fenômenos críticos do Modelo Epidêmico Calazar uni-dimensional (MEC1D).

5.2 Objetivos Específicos

- Apresentar possíveis transições de fase e expoentes críticos no modelo epidêmico calazar uni-dimensional, com taxas de difusão iguais $D_A = D_B$ e diferentes $D_A < D_B$ e $D_A > D_B$ $D_A =$ saudável e $D_B =$ infectado
- Compreender a linguagem de programação tipo "C", estimado para as realizações dos cálculos e estudo da lógica do código para especificar a dinâmica da epidemia calazar obtendo-se dados necessários para análise gráfica.
- Entender os fundamentos da termodinâmica e da mecânica estatística aplicados a fenômenos como pontos críticos, transições de fase, criticalidade, processos de contato e sistemas fora do equilíbrio.

6 Desenvolvimento

A realização de toda pesquisa foi baseada no processo de contato, pois como a doença calazar é uma doença transmitida por um hospedeiro através do contato direto dos indivíduos, em um sistema pode ser estudado pelo processo de contato por Harris TOMÉ, considerando somente as variáveis como taxa de indivíduos saudáveis e infectados, com taxa de cura e de contaminação, foram as grandezas métricas para fazer a simulação.

No modelo introduzido por Harris, o processo de contato pode ser estabelecido como uma rede de conexões entre pessoas, como uma teia de vizinhos. Cada pessoa pode estar saudável (suscetível a ser infectada) ou infectada.

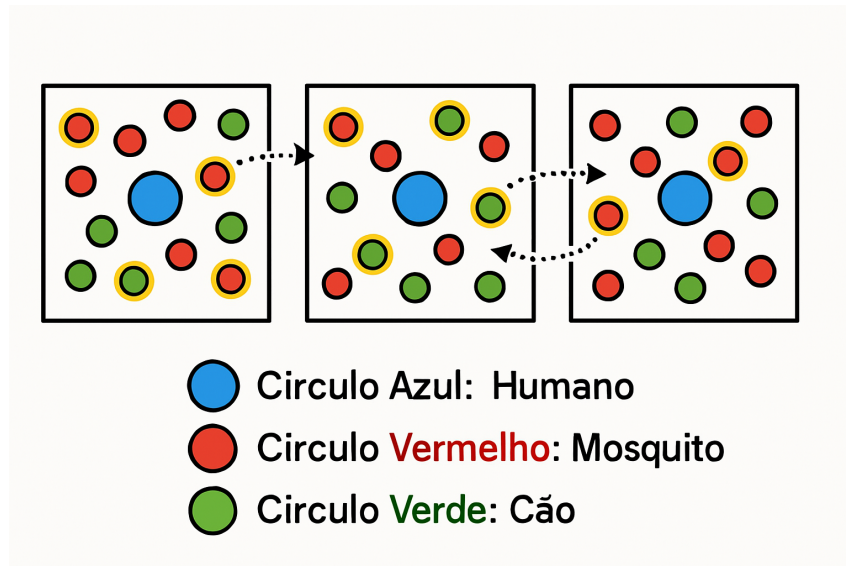
Dessa forma, pode se ocorrer dois casos na rede com o vizinho estive saudável não ocorrer contaminação, no segundo caso o vizinho está infectado então a contaminação com outros vizinhos a redor, essa taxa de contaminação é proporcional a uma probabilidade definida em razão ao número de sítios vizinhos.

Com o processo de curar, ou seja, recuperação em o indivíduo deixar de ser infectado depois de um determinado tempo, portanto o processo dinâmico em que os indivíduos vão ser infectados e curados continuamente, mas com uma das possibilidades em evolução da dinâmica pode atingir um estado estacionário absorvente, ou seja, um estado onde todos os indivíduos estão curados. Há outro caso, no qual, o sistema evolui em um estado estacionário ativo, quando na dinâmica do sistema da epidemia nunca se cessa completamente, mas também não contamina a totalidade dos indivíduos, pois eles sempre podem se recuperar espontaneamente. com a figura 2

No processo epidêmico do vírus calazar, utilizando da modelagem computacional, criar todo o processo dinâmico da propagação da doença, utilizando a linguagem C, para escrever os scripts, foi desenvolvido um modelo partindo do princípio inicial de Harris, ou seja, em apenas uma dimensão, neste foi desenvolvido utilizando o princípio de vetor, no qual o módulo desse vetor seria o tamanho da rede, nele armazenado todos os indivíduos, para os indivíduos no código foi definido que a rede iria abrigar apenas 0 e 1, onde os indivíduos susceptíveis seria os números 0 e os indivíduos infectados os números 1, o qual a disposição dessa locação na rede foi determinada aleatoriamente com uma função de preenchimentos automático, utilizando uma ferramenta da linguagem.

As redes foram definidas com o tamanho e seus expoentes fixos no código "C", com 64, 128, 256, 512 para as redes e a taxas de contaminação para todos os indivíduos $k_1 = 0.50\%$ e para o mosquitos e cão, com a taxa de contaminação k_2 e $K_3 = 0.50\%$, pois o mosquito pode contaminar o humano e o cão e cão pode contaminar o mosquitos e todos tem a mesma taxa de cura $C_1 = C_2 = C_3 = 0.50\%$, para o sistema unidimensional, com taxa de difusão D_A ($D_A =$ saudáveis) e D_B ($D_B =$ infectado), ambas inicialmente iguais a $D_A = D_B = 0.50\%$.

Para aprimorar o estudo, foram realizadas alterações nas taxas de difusão, tornando-as assimétricas. Em um cenário, a taxa de difusão de saudáveis foi maior que a de infectados

Figura 2: modelo de processo de contato(PC).

Fonte:autoral

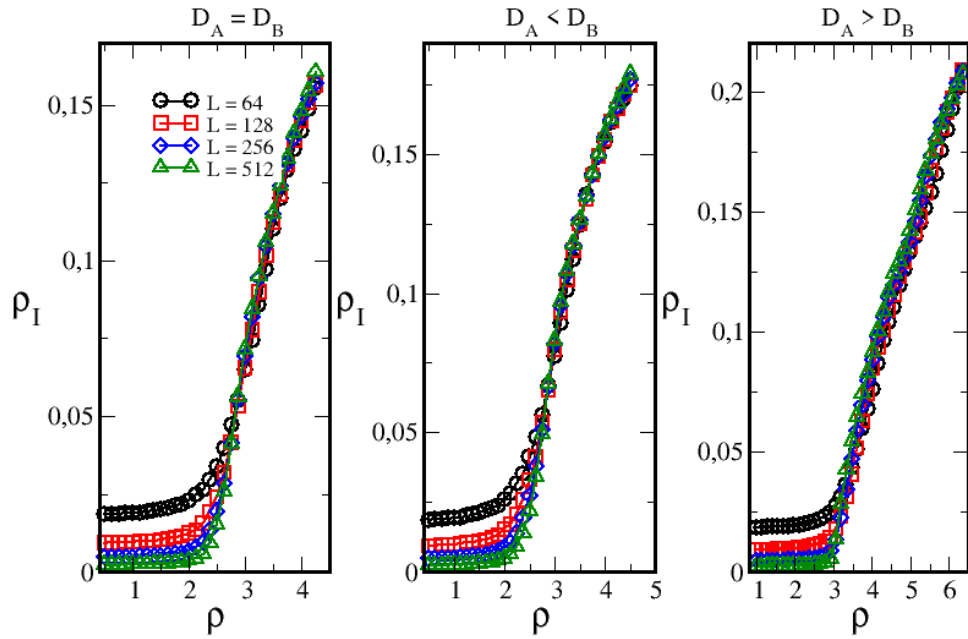
($D_A > D_B$), com valores de 0.75% para saudáveis e 0.25% para infectados. No outro cenário, a taxa de difusão de infectados foi maior ($D_A < D_B$), com 0.25% para saudáveis e 0.75% para infectados. As taxas de contaminação e cura permaneceram inalteradas. Essa abordagem permitiu analisar o impacto da difusão na dinâmica do sistema: no primeiro caso, há maior probabilidade de indivíduos saudáveis, levando o sistema a um estado absorvente mais rapidamente; no segundo caso, a predominância de infectados retarda a chegada ao estado absorvente.

Os dados coletados foram processados no software *xmgrace* para gerar gráficos e obter os pontos e expoentes críticos.

7 Resultados

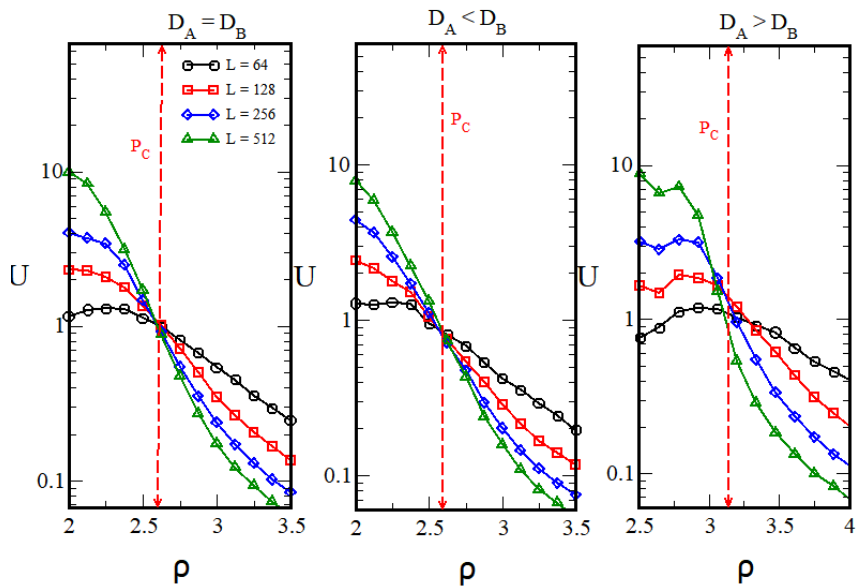
Nessa pesquisa, com o código ou scripts prontos para um modelo de unidimensional foi obtidos os seguintes resultados: Parâmetro de Ordem, Cumulante de Binder, flutuação do Parâmetro de Ordem, ponto críticos e expoentes críticos para diferentes tipos de redes.

Com as seguintes redes(L) 64, 128, 256 e 512, o qual foi simulado com 10000 amostras e com 100000 repetições, assim os dados obtidos foram gerados os gráficos.

Gráfico 3: Parâmetros de ordens P_D com taxa difusão $D_A = D_B, D_A < D_B$ e $D_A > D_B$.

Fonte: Autoral

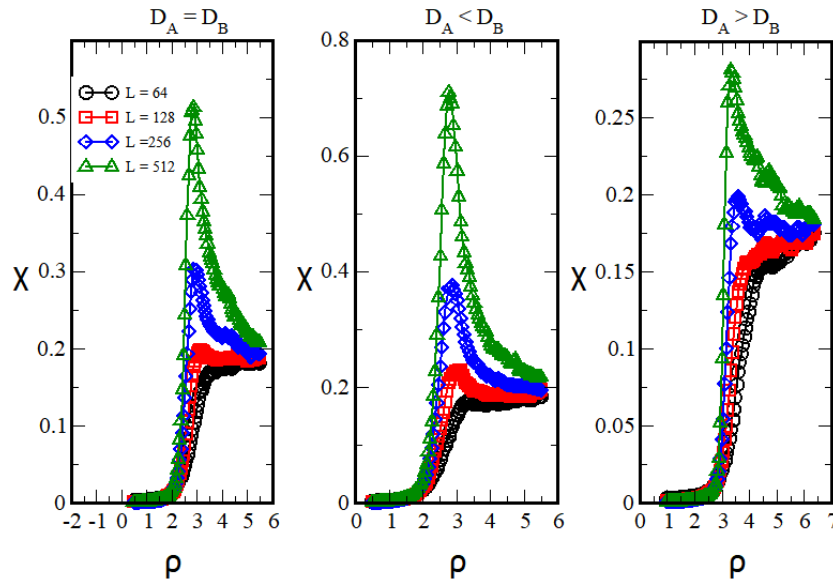
Com os parâmetros de ordem (P_D), com taxa difusão iguais e diferentes, onde ρ é densidade de mosquitos e P_I é a densidade de indivíduos infectados de acordo com o gráfico 3

Gráfico 4: Cumulantes de Binder (U) por ρ é densidade de indivíduos com taxas de difusão $D_A = D_B, D_A < D_B, D_A > D_B$.

Fonte: Autoral.

Os gráficos dos cumulantes de Binder, com as taxas difusão diferentes, de acordo com a gráfico 4, com a cumulante de Binder obtemos os pontos críticos(P_C), que foram os seguintes valores $D_A = D_B$ $P_C = 2.6(9)$, $D_A > D_B$ $P_C = 2.59(4)$ e $D_A < D_B$ $P_C = 3.14(4)$, de acordo com a tabela 1.

Gráfico 5: Flutuações do parâmetro de ordem por ρ é densidade de indivíduos com taxas de difusão $D_A = D_B$, $D_A < D_B$, $D_A > D_B$.



Fonte: Autoral

Os gráficos das flutuações do parâmetro de Ordem com as taxas de difusão diferentes para cada situação, de acordo com o gráfico 5, onde observamos os picos da flutuação para analisar os pontos críticos obtidos no gráfico 4.

Nessa pesquisa, para verificar a transição de fase e os fenômenos críticos foram feito o colapsamento dos gráficos 3, 4 e 5, onde estimamos os expoentes críticos e obtemos um classe de universalidade dos expoentes β/ν , $1/\nu$ e γ/ν para nosso modelo epidêmico difusivo.

Para análises dos colapsos gráficos, utilizamos as formulas da literatura 2, 4 e 6 com alguma adaptações para as seguintes formulas, colocas no software xmgrace ou qtgrace:

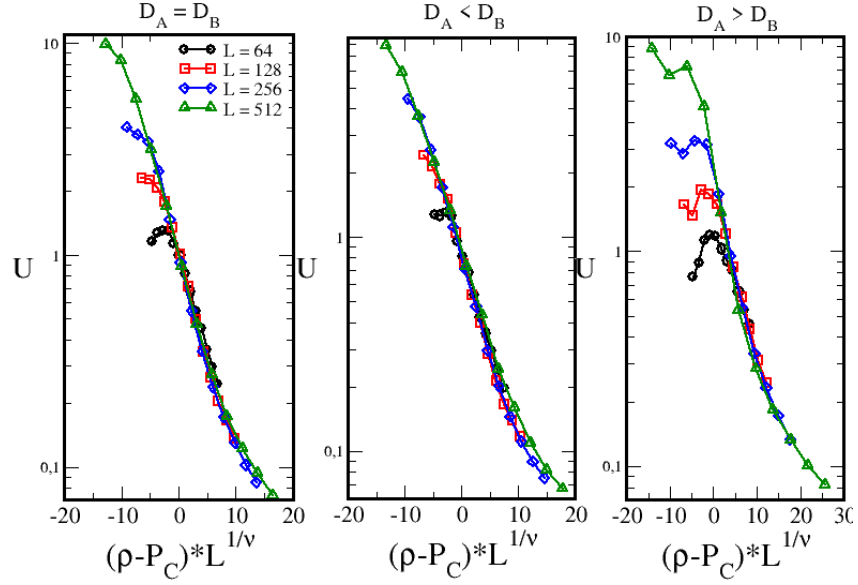
$$x = (x - P_C) \cdot L^{1/\nu} \quad (7)$$

$$y = y \cdot L^{\beta/\nu} \quad (8)$$

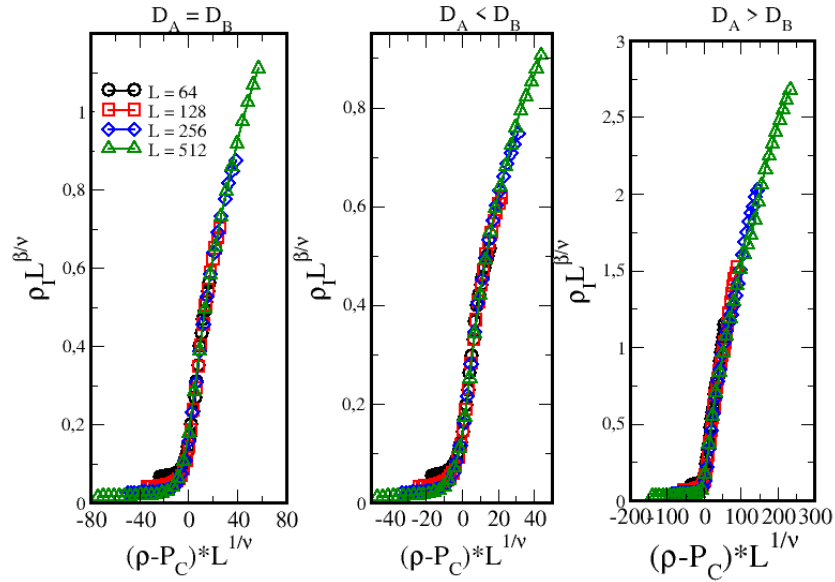
Com as formula 7 fizemos os colapsos dos cumulantes de Binder(U) de acordo com o gráfico 6.

Então com os colapsos dos cumulantes de Binder(U) e com os pontos críticos bem definidos de acordo com o gráfico 4, obtivemos os seguintes expoentes críticos são respectivamente, para $D_A = D_B$ temos $1/\nu = 0,49(5)$, $D_A < D_B$ temos $1/\nu = 0,50(5)$ e $D_A > D_B$ temos $1/\nu = 0,55(5)$, onde L é as redes de sítios.

Prosseguindo, foi feito os colapsos dos Parâmetro de Ordem dos gráficos 3 com a seguinte equação 7 obtivemos os seguintes expoentes críticos são respectivamente, para $D_A = D_B$ temos o $\beta/\nu = 0,28(9)$, $D_A < D_B$, $\beta/\nu = 0,24(6)$ e $D_A > D_B$ e o $\beta/\nu = 0,30(5)$. onde L é as redes de sítios. .

Gráfico 6: Colapsos dos Parâmetros do cumulante de Binder para os três casos diferentes em relação D_A e D_B 

Fonte: Autoral.

Gráfico 7: Colapsos do Parâmetro de Ordem para os três casos de relação entre D_A e D_B 

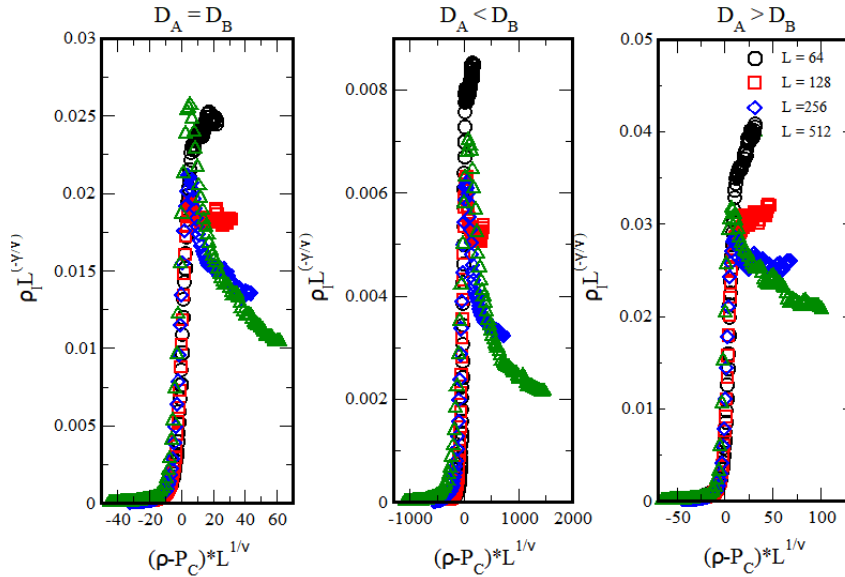
Fonte: Autoral

Com demonstração dos gráficos 6 desses colapsos indicam que o modelo analisado apresenta e obedece a leis de escala da transições de fase contínuas(segunda ordem), e que as propriedades críticas do modelo estão bem definidas por um conjunto de expoentes universais, para os três caso de diferentes de D_A e D_B . Assim, os resultados obtidos reforçam que o modelo pertence a uma classe de universalidade associado a uma classe da percolação direcionada(PD), como nos modelos epidêmicos com um único estado absorvente, com simetria e dimensionalidade

compatíveis com sistemas que exibem correlação de longo alcance e escala invariância próximas ao ponto crítico.

Por Último os colapsos das Flutuações dos parâmetros de ordens para os três casos de $D_A \neq D_B$ de acordo com o gráficos 8.

Gráfico 8: Colapsos das Flutuações do parâmetros ordens para os três Caso $D_A \neq D_B$



Fonte: Autoral

Gráficos dos colapsos da Flutuações do parâmetros ordens para os três Caso $D_A \neq D_B$, para construir usamos as seguinte formulas no xmgrace ou qtgrace.

$$x = (x - P_C) \cdot L^{\frac{1}{\nu}} \quad (9)$$

$$y = y \cdot L^{(-\frac{\gamma}{\nu})} \quad (10)$$

Com os colapsos obtemos o expoente γ/ν nos três caso de D_A e D_B e a análise das flutuações do parâmetro de ordem, definidas como a equação 5, foi realizada com o objetivo de verificar a presença de comportamento crítico e a validade da hipótese de escala de tamanho finito. Para isso, foi empregado o colapso das curvas da susceptibilidade reescalada com as seguintes formula no xmgrace ou qtgrace 9 e 10

Os resultados obtidos demonstram que o modelo exibe colapso bem definido para diferentes regimes de difusão dos indivíduos, indicando que o modelo apresenta uma transição de fase contínua e obedece a leis de escala universais. nos três casos distintos de difusão foram analisados:

Para o caso com difusão igual para ambos os tipos de indivíduos ($D_A = D_B$), os expoentes críticos obtidos foram $\gamma/\nu = -0,48(4)$ e $1/\nu = 0,49(5)$.

No caso com difusão de mais indivíduos saudáveis $D_A > D_B$, os expoentes encontrados foram $\gamma/\nu = -0,30(3)$ e $1/\nu = 0,55(5)$.

Para a situação em que há mais indivíduos infectados temos $D_A < D_B$, os valores estimados foram $\gamma/\nu = -0,42(5)$ e $1/\nu = 0,50(5)$.

A obtenção desses colapsos para diferentes tamanhos de rede, utilizando valores consistentes de expoentes críticos, reforça que o modelo apresenta uma transição de fase de segunda ordem e pertence a uma classe de universalidade bem definida. A variação dos expoentes conforme

o regime de difusão sugere que a diferentes taxas de difusão pode influenciar os detalhes do comportamento crítico, ainda que o modelo preserve a natureza contínua da transição.

Com os resultados obtidos foi construído uma tabela 1, com os pontos e expoentes críticos das taxas difusão iguais e diferentes.

Tabela 1: Parâmetros críticos para diferentes casos de D_A e D_B

Casos	$D_A; D_B$	P_c	$1/\nu$	β/ν	γ/ν
$D_A = D_B$	0.50; 0.50	2.60(9)	0.49(5)	0.28(9)	-0.48(4)
$D_A < D_B$	0.25; 0.75	2.56(4)	0.50(5)	0.24(6)	-0.42(5)
$D_A > D_B$	0.75; 0.25	3.14(8)	0.55(5)	0.30(5)	-0.35(5)

A Tabela 1 apresenta os parâmetros críticos para três configurações distintas no modelo epidêmico calazar unidimensional, comparando os casos de igualdade e desigualdade entre as constantes de difusão D_A e D_B . Observa-se que:

O ponto crítico P_c varia significativamente: enquanto para $D_A = D_B$ tem-se $P_c = 2.60$, no caso $D_A > D_B$ este valor aumenta para 3.14, sugerindo que a no caso de diferentes difusão exige condições mais restritivas para a transição de fase.

Os expoentes críticos apresentam comportamentos distintos, $1/\nu$ mantém-se próximo de 0.5 em todos os casos, indicando que a correlação espacial é pouco sensível à desigualdade entre D_A e D_B , β/ν no ($D_A = D_B$) 0.28 tem uma diminuição e um aumento para, 0.24 e 0.30 ($D_A \neq D_B$), refletindo maior sensibilidade do parâmetro de ordem às flutuações quando há assimetria, γ/ν apresenta valores negativos que variam de -0.48 a -0.30 , mostrando que a suscetibilidade diminui mais rapidamente no caso de difusão iguais. Conclui-se que a relação entre D_A e D_B influencia significativamente as propriedades críticas do sistema: Sistemas assimétricos ($D_A \neq D_B$) requerem maiores valores de P_c para a transição de fase. A presença de simetria ($D_A = D_B$) estabiliza o sistema, resultando em menores valores de β/ν e γ/ν . Os resultados sugerem que a assimetria nas constantes de difusão pode levar a diferentes classes de universalidade.

A discrepância entre a tabela teórica da figura 1 e os dados observados na tabela 1 pode ser atribuída a difusão e o comportamento do dos indivíduos descrito no código, com isso, podemos supor que essa tabela 1 poderá ser uma nova classe de universalidade, mas para comprova os dados obtidos tem que nova análise crítica do modelo e fazer um otimização no código para confirmação da veracidade dos resultados.

8 considerações finais

No trabalho foi discutido o processo de propagação de uma epidemia, com enfoque no modelo estocástico introduzido por Harris, em que é um modelo bastante simples pois utiliza apenas de dois parâmetros suscetíveis e infectados, não atentando para os aspectos complexos de uma doença como, a taxa de mortes, os indivíduos que contraem as doenças, mas não apresentam os sintomas, porém continua contaminando, as questões da idade e doenças como as crônicas que contribuem para a taxa de mortes e outros fatores.

O processo de contato foi importante em todo o processo da pesquisa, onde foi demonstrado resultado parecidos com o da literatura com os pontos críticos e expoentes crítico do modelo. Os pontos crítico é o foco dos estudos, respondendo a questões como se há transição de fase ou se há um equilíbrio entre as populações de infectados e suscetíveis. Além disso, o estudo contribui para a compreensão de uma parte da termoestatística, demonstrando que ela não se limita apenas ao campo da física, mas também pode explicar fenômenos biológicos, como o examinado neste trabalho científico.

Isso sugere que, no futuro, a pesquisa pode se expandir, destacando a importância da física como ferramenta de investigação e o uso de modelos físicos para descrever comportamentos semelhantes e a utilização de modelos físicos para explicar comportamentos que tenham similaridade com os mesmos modelos de sistema com processo de contato direto. Espera-se que este trabalho possa evoluir, aprofundando a pesquisa e aprimorando o código para torná-lo mais robusto, incorporando outros parâmetros e utilizando modelos estocásticos que possam representar uma epidemia de forma mais precisa. Isso inclui considerar a distância espacial entre os indivíduos, taxas de idade e a predisposição à contração de doenças em pessoas com baixa imunidade. Também há potencial para desenvolver tecnologias mais avançadas, como a criação de um aplicativo de simulação, um jogo ou até um site, tornando o estudo mais acessível e visível através de meios que vão além dos dados ou gráficos tradicionais.

Referências

- AGUIAR, Paulo Fernando; RODRIGUES, Raíssa Katherine. *Leishmaniose visceral no brasil: artigo de revisão*. **Revista Unimontes Científica**, v. 19, n. 1, p. 191–204, 2017.
- ALENCAR, DSM et al. Two-dimensional diffusive epidemic process in the presence of quasiperiodic and quenched disorder. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**, IOP Publishing, v. 2023, n. 4, p. 043205, 2023.
- ALMEIDA, Maurício Lopes de. *Análises estatísticas em redes complexas: propriedades topológicas, críticas e dinâmicas*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013.
- EPIDEMIOLOGICA, Brazil. Departamento de Vigilância. **Manual de vigilância e controle da leishmaniose visceral**. [S.l.]: Editora MS, 2014.
- FILHO, A DE MACEDO. *Conexão entre as redes complexas e a estatística de kaniadakis e busca eficiente das propriedades críticas do processo epidêmico difusivo 1d*. 2011. Tese (Doutorado) — Tese (Doutorado em Física)-Departamento de Física Teoria e Experimental-UFRN, 2011.
- FILHO, A. M. et al. Critical properties of the diffusive epidemic process obtained via an automatic search technique. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**, v. 2010, p. P04027, 2010.
- FREITAS, Luiz Antônio Rodrigues de. *A patologia intestinal no calazar: Estudo morfológico de 31 fragmentos de mucosa jejunal, obtidas por biópsias perorais, de 20 crianças*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal da Bahia (UFBA), Salvador, 1992.
- HARRIS, Theodore E. Contact interactions on a lattice. **The Annals of Probability**, Institute of Mathematical Statistics, v. 2, n. 6, p. 969–988, 1974.
- MAIA, Daniel Ferreira de Souza. *Caracterização do comportamento crítico no processo de epidemia difusiva*. 2008.
- MARCONDES, Mary; ROSSI, Claudio Nazaretian. *Leishmaniose visceral no brasil*. 2013.
- MENDONÇA, Suzielli; SILVA, Enzo Filippo Centenaro da; ARASHIRO, Everaldo. *Propriedades críticas fora do equilíbrio e transição de fase em uma reação catalítica com efeito de volume excluído*. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, v. 8, n. 2, p. 8–17, 2022.
- SABAG, Munir Machado de Sousa. *Transições de fase e criticalidade em modelos estocásticos*. 2002.
- SALINAS, Sílvia R. A. **Introdução à Física Estatística**. 2. ed. São Paulo: EDUSP, 2001.
- SANTOS, Frederico Lemos dos. *Estudo das propriedades críticas do processo epidêmico por par com difusão de pares*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2009.
- SANTOS, Gisele Caroline Oliveira; SILVA, Marcus Vinicius Cardoso Matos; SILVA, Carlos Danilo Cardoso Matos. *Leishmaniose visceral na região nordeste do brasil: análise epidemiológica nos anos de 2018 a 2022*. **Contribuciones a las Ciencias Sociales**, p. 1–22, 2025. Acesso em: [27/06/2025]. Disponível em: <[<https://ojs.revistacontribuciones.com/ojs/index.php/clcs/article/view/14976>]>.
- SANTOS, Murilo Lacerda. *Simulação de monte carlo no modelo de ising na rede quadrada*. Universidade Federal de Minas Gerais, 2014.

SILVA, Lurdiana Fernandes da. Sistemas fora do equilíbrio: estudo de propriedades críticas de modelos epidêmicos. 2012.

*SILVA, Marcelo Brito da. **Propriedades críticas do processo epidêmico difusivo com interação de Lévy**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2010.*

SILVA, Marcelo Brito da. Propriedades críticas de sistemas fora do equilíbrio via simulação monte carlo. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013.

SOUZA, David Rodrigues de. Transições de fase em modelos estocásticos para descrever epidemias. 2012.

*TOMÉ, Tânia. **Dinâmica Estocástica e Irreversibilidade Vol. 35**. [S.l.]: Edusp, 2001.*