



**Universidade Estadual do Piauí
Pró-Reitoria de Pesquisa e
Pós-Graduação - PROP
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional**



ANDRÉ VIANA RODRIGUES CHAVES BEZERRA

**A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO (AOE) COMO PROPOSTA DE
APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO**

TERESINA

2019

ANDRÉ VIANA RODRIGUES CHAVES BEZERRA

**A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO (AOE) COMO PROPOSTA DE
APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Piauí (UESPI), como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo.

TERESINA

2019

B574a Bezerra, André Viana Rodrigues Chaves
A atividade orientadora de ensino (AOE) como proposta de
apropriação de conceitos trigonométricos no ensino médio /
André Viana Rodrigues Chaves Bezerra. – 2019.
82 f.: il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Piauí –
UESPI, Mestrado Profissional em Matemática PROFMAT, 2019.
“Orientador Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo.”

1. Atividade Orientadora de Ensino. 2. Ensino Médio.
3. Apropriação de Conceitos Trigonométricos. I. Título.

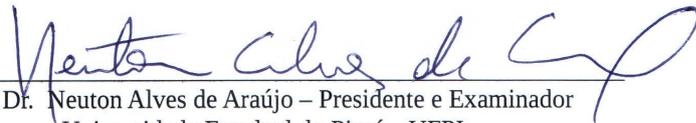
CDD: 510.07

ANDRÉ VIANA RODRIGUES CHAVES BEZERRA

**A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO (AOE) COMO PROPOSTA
DE APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS NO
ENSINO MÉDIO .**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Mestrado em Matemática
do PROFMAT/UESPI, como requisito obrigatório para a obtenção do grau de
MESTRE em Matemática.

Área de Concentração: MATEMÁTICA
Aprovado por:



Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo – Presidente e Examinador
Universidade Estadual do Piauí – UFPI



Prof.^a. Dra. Celina Amélia das Silva – Examinadora
Universidade Estadual do Maranhão – UEMA



Prof.^a. Dra. Valdirene Gomes de Sousa – Examinadora
Universidade Estadual do Piauí – UESPI

TERESINA
Setembro/2019

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da Universidade, do autor e do orientador.

André Viana Rodrigues Chaves Bezerra graduou-se em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Piauí (UFPI). É especialista em Matemática pela UFPI e concluiu o Curso de Mestrado PROFMAT/UESPI. É professor efetivo do Ensino Médio da Rede Pública do Estado do Maranhão, na cidade de Caxias.

Dedico este trabalho à minha família, pelo estímulo e compreensão durante à minha pós-graduação, em especial, aos meus pais Maria Lúcia e Afonso Rodrigues, minha esposa Juliane Carvalho e minha irmã Luciana Viana.

AGRADECIMENTOS

Agradeço...

Primeiramente, a Deus, por ter me ajudado a superar todos os obstáculos que apareceram durante todo esse período de estudo e pela oportunidade de concretizar este trabalho com saúde e paz.

Aos meus familiares por sempre terem me apoiado e incentivado nesta caminhada, transmitindo amor, segurança, otimismo e outros valores que contribuíram nesta busca incessante pela realização pessoal.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo, pela atenção e ajuda em me orientar neste trabalho, acompanhando em todas as suas etapas de forma segura e objetiva.

À minha Prof^{ta}. Dr^a. Valdirene Gomes de Sousa por ter direcionado minha pesquisa à Atividade Orientadora de Ensino, para organização e a orientação dos conceitos matemáticos.

Ao Prof. Dr. Pedro Antônio Soares Júnior que coordenou o curso até o final do ano de 2017, pela sua amizade, companheirismo e seu apoio durante essa pós-graduação. Agradeço ainda ao atual coordenador do curso, Prof. Dr. Arnaldo Silva Brito, pela amizade.

À equipe de professores da UESPI/PROFMAT por ter contribuído para minha formação acadêmica durante a pós-graduação.

Aos gestores, Domingos de Sousa Balica, Maria Francisca Oliveira e Everaldo dos Santos, da escola Centro de Ensino de Tempo Integral Aluísio Azevedo, onde leciono desde o ano de 2018, pela compreensão e ajuda.

Aos professores da Banca Examinadora pelas valiosas contribuições para aprofundamento e melhoria deste estudo.

Enfim, aos colegas de turma: Teotônio, Paulo, Francisco, Márcio, Jonathan, Diego, Jailson, Airton, Davi e Esmar, pelas importantes colaborações aos sábados à tarde e feriados. As nossas discussões ao longo desse período foram muito valiosas!

Na atividade coletiva deve existir, além de outros fatores, a reflexão, permitindo ultrapassar os limites das ações individuais em relação ao esquema geral da atividade, assim, é graças a reflexão que se estabelece uma atitude crítica dos participantes com relação as suas ações, a fim de conseguir transformá-las, em função de seu conteúdo e da forma do trabalho em comum (RUBTSOV, 1996, p. 136).

RESUMO

Este trabalho tem como objeto de estudo “situações de vivências e de desenvolvimento de Atividade Orientadoras de ensino (AOE) por alunos como possibilidade para apropriação de conceitos trigonométricos”. Assim, a hipótese defendida neste estudo é a de que, ao se propor problematizações acerca de conceitos matemáticos aos alunos do ensino médio, em conformidade com os pressupostos teórico-metodológico da Teoria da Atividade e da AOE, há possibilidade da apropriação conceitual. Nessa perspectiva, o trabalho foi desenvolvido com o objetivo geral de analisar situações de vivências e de desenvolvimento de AOE por alunos do ensino médio como possibilidade para apropriação de conceitos trigonométricos e teve como base os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade. Foram realizados encontros, em que, inicialmente se propôs um estudo sobre o lógico histórico dos conceitos trigonométricos no ensino médio. Em seguida, foi apresentada a AOE como princípio metodológico e propostas atividades desencadeadoras da aprendizagem, sob a intervenção do pesquisador. E, por último, foram analisadas as reflexões e significados produzidos pelos alunos (no coletivo) sobre a AOE no processo de apropriação dos conceitos aqui considerados. Desse modo, ao considerar o objetivo geral e a questão problema deste estudo, esse foi compreendido como pesquisa de campo e de abordagem qualitativa. Teve como sujeitos investigados alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual localizada na cidade de Caxias - MA. Neste estudo a opção foi pelos instrumentos e técnicas para a produção de dados: o diário de campo; o questionário semiestruturado, a observação participante, a própria AOE e o pesquisador. Sobre os procedimentos de análise, se fez uso do "princípio explicativo", proposto por Vigotski, complementado pela ideia de episódios de aprendizagem, proposta por Moura. Em linhas gerais, os resultados desta pesquisa revelam que, quando o professor adota a AOE e sabe estruturar o problema desencadeador de forma compreensível e desafiador ao aluno, dando ênfase ao movimento lógico histórico do conceito, isso desenvolve no aluno a tomada de consciência da necessidade de se encontrar uma solução, sendo que, se o motivo coincidir com o objetivo esperado, ele estará em atividade de aprendizagem e não simplesmente em ação, sem produzir significação dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Atividade Orientadora de Ensino. Apropriação de Conceitos Trigonométricos. Ensino Médio.

ABSTRACT

This work has as its object of study “situations of experiences and development of Teaching Guiding Activity (AOE) by students as a possibility for the appropriation of trigonometric concepts”. Thus, the hypothesis defended in this study is that, when proposing problematizations about mathematical concepts to high school students, in accordance with the theoretical-methodological assumptions of Activity Theory and AOE, there is a possibility of conceptual appropriation. From this perspective, the work was developed with the general objective of analyzing situations of experience and development of AOE by high school students as a possibility for the appropriation of trigonometric concepts and was based on the assumptions of the Historical-Cultural Theory and Activity Theory. Meetings were held in which initially a study was proposed on the historical logic of trigonometric concepts in high school. Then, AOE was presented as a methodological principle and proposed activities that trigger learning under the intervention of the researcher. And, lastly, the reflections and meanings produced by the students (in the collective) about the AOE in the process of appropriation of the concepts considered here were analyzed. Thus, considering the overall objective and problem issue of this study, it was understood as field research and qualitative approach. The subjects of this study were 2nd year high school students from a state public school located in the City of Caxias - MA. In this study the option was for instruments and techniques for data production: the field diary; the semi-structured questionnaire, the participant observation, the AOE itself and the researcher. Regarding the analysis procedures, the "explanatory principle" proposed by Vigotski was used, complemented by the idea of learning episodes, proposed by Moura. In general, the results of this research reveal that when the teacher adopts the AOE and knows how to structure the triggering problem in a comprehensible and challenging way to the student, emphasizing the historical logical movement of the concept, this develops the student's awareness of the needing of a solution can be found, and if the motive coincides with the expected goal, it will be in learning activity and not simply in action, without producing significance of mathematical concepts.

Keywords: Teaching Guiding Activity. Appropriation of Trigonometric Concepts. High school.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Almagesto de Cláudio Ptolomeu.....	27
Figura 2 - Hiparco de Niceia	28
Figura 3 - Metade do arco de uma circunferência	29
Figura 4 - Papiro de Rhind	30
Figura 5 - Seqt de um ângulo no Egito.....	31
Figura 6 - Relógio do sol dos Gregos	31
Figura 7 - Relógio do sol dos Egípcios e Babilônicos.....	32
Figura 8 – Estrutura da Atividade Orientadora de Ensino.....	37
Figura 9 – C.E.T.I. Aluísio Azevedo.....	46
Figura 10 – Episódios de Aprendizagem.....	50
Figura 11 – Chaminé - único resquício da monumental fábrica União.....	58
Figura 12 – Resposta da Aluna 7.....	60
Figura 13 – Resposta do Aluno 12	60
Figura 14 – Distância entre os locais de jogos	62
Figura 15 – Resposta do Aluno 8	63
Figura 16 – Resposta do Aluno 10	63
Figura 17 – Momentos de interação entre os alunos no desenvolvimento das AOE	65
Figura 18 - Respostas à Questão 1 do Questionário Semiestruturado.....	67
Figura 19 - Respostas à Questão 3 do Questionário Semiestruturado.....	70

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Esboço dos encontros/aulas e suas ações, datas e carga horária da pesquisa de campo.	50
Quadro 2 – AOE – Cálculo da altura de grandes estruturas.....	57
Quadro 3 – AOE 2 – Descobrimo a distância usando os conceitos trigonométricos	61

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOE - Atividade Orientadora de Ensino

CETI – Centro de Ensino de Tempo Integral

MA - Maranhão

MHD - Materialismo Histórico e Dialético

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais/Matemática

PROFMAT - Programa de Mestrado Profissional em Matemática

UESPI - Universidade Estadual do Piauí

ZDP - Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 DA NECESSIDADE DA ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA À PROPOSTA DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO (AOE) COMO MEDIADORA DA APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO.....	18
2.1 Necessidade de organização do Ensino de Matemática no Ensino Médio: algumas reflexões teóricas.....	18
2.2 Contribuições da Teoria da Atividade para a organização do Ensino de Matemática: o trabalho do professor como atividade	21
2.3 O Lógico Histórico dos Conceitos Trigonométricos.....	25
2.3.1 Afinal, o que é Lógico-histórico?	34
2.4 A Atividade Orientadora de Ensino como mediadora do processo de apropriação de Conceitos Trigonométricos	35
3 PROCEDIMENTOS METODOLOGICOS DA INVESTIGAÇÃO	40
3.1 Caracterização da pesquisa	40
3.2 A Teoria da Atividade como forma de apreensão do fenômeno de estudo investigado	41
3.3 O cenário de desenvolvimento do estudo.....	45
3.4 Os atores investigados	47
3.5 Técnicas/instrumentos para produção de dados	47
3.6 O processo de análise de dados.....	48
4 A DINÂMICA DA APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS TRIGONOMETRICOS NA ESCOLA/SALA DE AULA COMO POSSIBILIDADE DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO	51
4.1 Episódio de Aprendizagem 1: O Lógico-Histórico: primeira aproximação	51
4.2 Episódio 2: Envolvimento dos alunos na aplicação de AOE	56

4.3 Episódio 3: Significados produzidos pelos alunos sobre a AOE	66
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

[...] cabe ao professor criar condições para que os indivíduos interajam motivados pela tentativa de dar resposta a determinado problema, de forma que ocorra um fluxo ininterrupto no processo de elaboração compartilhada da solução que abarque tanto os indivíduos isolados, quanto os pequenos grupos e o coletivo da sala de aula. Esta afirmação reflete a necessidade de uma organização do ensino que possibilite o real desenvolvimento dos indivíduos (CEDRO, 2013, p. 4).

Ao partirmos dessa compreensão, desse significado de que, “cabe ao professor criar condições para que os indivíduos interajam motivados pela tentativa de dar resposta a determinado problema [...]” e, conseqüentemente, da necessidade de o professor organizar o ensino a fim de que ocorra a apropriação dos conceitos, este trabalho insere-se em um contexto de atividade de aprendizagem de conceitos trigonométricos em uma turma do 2º ano do Ensino Médio. Para tanto, tem como **objeto de estudo** situações de vivências e de desenvolvimento de AOE por alunos como possibilidade para apropriação de conceitos trigonométricos, em conformidade com as orientações teórico-metodológicas de Moura (1996, 2001), Araújo (2003), Cedro (2004), Davidov (1982), Leontiev (1978, 1983), dentre outros estudiosos.

Diante do exposto, esta investigação, vinculada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Estadual do Piauí (UESPI), tem como área de concentração: “Matemática do Ensino Básico”, e Linha de Pesquisa: “Ensino Básico de Matemática: métodos e processos de ensino/aprendizagem de matemática para crianças e adolescentes no contexto do ensino fundamental e médio”.

Retomando ao pensamento de Cedro e Moura (2017), na epígrafe acima, tal pensamento me provocou no sentido de repensar sobre minha experiência e vivência com a Matemática. Faz-se oportuno lembrar que os significados que fui produzindo acerca dessa ciência, da matemática escolar, melhor dizendo, *a priori*, eram aqueles em que esse campo de saber, para muitos alunos, se limitava em resultados precisos e procedimentos infalíveis. Além disso, a Matemática era compreendida como complexa e abstrata, devido a vários fatores, como por exemplo, dificuldade em entender e se apropriar dos conceitos por falta de uma base bem sustentada no Ensino Fundamental e, no caso desta pesquisa em que

trabalhamos com a álgebra, de modo particular com os conceitos trigonométricos, essa mesma realidade vem acontecendo no 1º ano do Ensino Médio, tendo em vista que tais conceitos são trabalhados no 2º ano do Ensino Médio. Assim posto, uma das consequências desses fatores é o baixo rendimento das avaliações envolvidas nesse contexto, o que implica indícios da não apropriação dos conceitos matemáticos e desinteresse pela disciplina.

Na verdade, para muitos alunos, o que temos observado, a partir de nossas experiências e vivências enquanto professor de Matemática do Ensino Médio, é que a geometria é de difícil compreensão, de apropriação, da forma como vem sendo trabalhada historicamente, calcada na memorização de fórmulas e de resolução de problemas sem possibilitar aos alunos significados e sentidos no processo dessa resolução de problemas. No geral, fica evidenciado que muitos dos alunos desconhecem o lógico histórico desses conceitos, não reconhecendo suas necessidades e utilidades de estudá-los. Muitas são as perguntas que costumamos ouvir, como por exemplo: professor, por que e para que estudar essa Matemática? Como surgiu isso?

No empreendimento dessa discussão, recorreremos aos Parâmetros Curriculares Nacionais/Matemática – PCN (BRASIL, 1998, p. 121-122, grifo do autor). Nesse documento está explícito que,

[...] tradicionalmente a **trigonometria** é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos [...] o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens se propuseram e continuam se propondo.

Como podemos observar, os próprios PCN criticam a forma, as metodologias empregadas para se trabalhar a trigonometria, as quais a apresentam desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos.

Por outro lado, tais documentos supervalorizam as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. No entanto, o lógico histórico dos conceitos se apresenta como uma das últimas possibilidades ao enfatizarem que, esses conceitos foram responsáveis pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens se propuseram e continuam se propondo.

Frente a esses comentários, Moura e Lorenzato (2001), em conformidade com Leontiev (2010), acrescentam que a atividade de aprendizagem de conceitos matemáticos deve partir de uma necessidade de vivências cotidianas dos alunos, ao contrário das tarefas, das listas de exercícios repetitivos, com resolução de problemas de forma memorizada e mecânica. Na verdade, as atividades e ações a serem propostas aos alunos devem ser respaldadas em conhecimentos culturais, o que possibilita a esses alunos a apropriação desses conceitos e, conseqüentemente do seu pensamento teórico.

Tendo em vista essa realidade, iniciamos os estudos com os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo devido à nossa experiência ao ministrar o tema em sala de aula no Ensino Médio desde o ano de 2014 até o presente. Ao vivenciarmos as situações de ensino e aprendizagem, percebemos dificuldades encontradas pelos alunos para lidar com as resoluções das atividades propostas pelo professor acerca da trigonometria. Muitos alunos apresentavam erros na aplicação das propriedades trigonométricas no triângulo retângulo como do seno, cosseno e tangente. Alguns alunos apresentavam os cálculos de forma incompleta e outros de forma incorreta.

Diante dessa constatação, verificamos que um espaço da geometria a que requer mais atenção dos professores é a trigonometria. E, por considerar os comentários anteriores, podemos afirmar que isso ocasionou o **problema (ou questão norteadora)** desta pesquisa, a saber: há possibilidade de os alunos do ensino médio, sob a intervenção do professor/pesquisador, em situações de vivências e desenvolvimento de Atividades Orientadoras de Ensino, se apropriarem dos conceitos trigonométricos?

Nesse contexto, a **hipótese** que defendemos neste estudo é a de que, ao se propor problematizações acerca de conceitos matemáticos aos alunos do ensino médio, em conformidade com os pressupostos teórico-metodológico da Teoria da Atividade e da AOE, há possibilidade da apropriação conceitual. Pensando nesse contexto, apresentamos como

objetivo geral deste trabalho: analisar situações de vivências e de desenvolvimento de AOE por alunos do ensino médio como possibilidade para apropriação de conceitos trigonométricos. Para tanto, foram definidos os objetivos específicos: 1) propor aos alunos, sujeitos da pesquisa, um estudo sobre o lógico histórico dos conceitos trigonométricos; 2) envolver os alunos no desenvolvimento de AOE acerca dos conceitos trigonométricos sob a intervenção do professor/pesquisador; e 3) analisar as reflexões e significados produzidos pelos alunos (no coletivo) sobre a AOE como princípio metodológico na apropriação de conceitos trigonométricos.

Justificamos, assim, a importância de o professor buscar possibilidades pedagógicas para promover a apropriação do conhecimento por meio da resolução de problemas, propiciando a assimilação e compreensão desse objeto matemático, e colaborando para o desenvolvimento das competências e habilidades necessárias ao cidadão contemporâneo.

Com esse fim, a dissertação foi organizada da seguinte forma: na primeira seção, apresentamos a Introdução; na segunda seção, discutimos sobre a necessidade da organização do ensino de matemática à proposta da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como mediadora da apropriação de conceitos trigonométricos no Ensino Médio, em que fizemos uma análise dessa necessidade no referido contexto, a partir de algumas reflexões teóricas, recorrendo às contribuições da teoria da atividade para a organização do ensino de matemática ao se considerar o trabalho do professor como atividade; do lógico histórico dos conceitos trigonométricos; do desenvolvimento lógico histórico do conceito de trigonometria e da AOE como mediadora do processo de apropriação de conceitos trigonométricos.

Na terceira seção, abordamos os procedimentos metodológicos da investigação. Para tanto, como forma de apreensão do fenômeno investigado, contamos com os pressupostos da Teoria da Atividade e AOE. Nessa mesma seção, abordamos o cenário de desenvolvimento do estudo, os atores investigados, os instrumentos para produção de dados e o processo de análise. Na quarta seção, apresentamos os resultados e discussão desta pesquisa (análise dos dados), levando em conta a dinâmica da apropriação de conceitos trigonométricos em sala de aula/na escola: possibilidade da AOE. E, finalmente, na quinta seção apresentamos as considerações finais.

2 DA NECESSIDADE DA ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA À PROPOSTA DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO (AOE) COMO MEDIADORA DA APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO

A intencionalidade do professor para realizar o ensino é o seu ponto de partida como trabalhador que estabelece seu plano de ação mediante o conhecimento sobre o objeto idealizado: tem os pressupostos teóricos, define ações sustentadas por esses pressupostos, de instrumentos dessas ações e, ao agir, em processo de análise e síntese, objetiva a sua atividade (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017, p. 84).

Partindo dessa significação produzida por Moura, Sforni e Lopes sobre a atividade pedagógica do professor, no empreendimento das discussões teóricas desta seção, para uma melhor apreensão do objeto de pesquisa - situações de vivências e de desenvolvimento de AOE por alunos do ensino como possibilidade para apropriação de conceitos trigonométricos -, inicialmente, refletimos sobre a necessidade da organização do ensino da Matemática no Ensino Médio. Para isso, recorreremos às contribuições da teoria da atividade, com destaque no trabalho do professor como atividade. Em seguida, discorreremos sobre o lógico histórico dos conceitos trigonométricos, bem como a compreensão do que é, na verdade, o lógico histórico. Assim, discutimos sobre o desenvolvimento do lógico histórico do conceito de trigonometria. E, por último, tratamos da AOE como mediadora do processo de apropriação de conceitos trigonométricos.

2.1 Necessidade de organização do Ensino de Matemática no Ensino Médio: algumas reflexões teóricas

Quando pensamos na escola como lugar de apropriação dos conhecimentos historicamente produzidos pela humanidade, ou seja, dos conhecimentos teórico-científicos, as necessidades dos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem relacionam-se aos conceitos que os professores devem ensinar, o que implica na forma e conteúdo de atividades que oportunizem a aprendizagem aos alunos e, assim, o desenvolvimento dos mesmos.

Sobre essa discussão, como tão bem enfatizado por Moura (2010, p. 35), para que esse desenvolvimento se materialize cabe, portanto, ao professor agir de forma intencional, na busca de organizar o ensino. Para tanto, deverá desenvolver ações e tarefas que objetivem possibilitar essa aprendizagem. Somente assim, “[...] o professor objetiva em sua atividade o motivo que o impulsiona”, nesse caso o motivo real. E, para complementarmos esse pensamento, encontramos em Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p. 23), fundamentados em Leontiev (1978) que,

A primeira condição de toda atividade é uma necessidade. Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma atividade, pois é apenas no objeto da atividade que ela encontra a sua determinação: deve, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objeto (se objetiva nele), o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula.

Esse dito objeto que se torna motivo da atividade, aquilo que estimula o aluno, em conformidade com a Teoria da Atividade em Leontiev, é o que denominamos de motivo real. Nesse caso, motivo e objetivo da atividade de ensino e/ou de aprendizagem, necessariamente precisam coincidir. Se o aluno estuda apenas para passar de ano, para dizer que foi aprovado, pelo viés dessa Teoria isso não pode ser visto como atividade e, sim, apenas uma ação, o que implicaria na não aprendizagem e no não desenvolvimento.

Feitas as considerações, apesar dos avanços obtidos na área da Educação Matemática, nas três últimas décadas, o ensino de Matemática continua ocorrendo, no geral, de forma que podemos considerá-lo, subsidiados pela Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade, como tradicional, através de repetições, de definições, cópias e termos decorados. Isto sem considerar as avaliações que, na maioria das vezes, acontecem apenas por meio de provas e testes que exigem como resposta a obtenção de um valor numérico exato, desconsiderando os fatores qualitativos, a subjetividade dos alunos, por exemplo. Para confirmarmos isso, destacamos o estudo de Rodrigues e Sforini (2010, p. 544) que, assim, postulam:

Apesar de a Matemática ser uma disciplina presente na educação escolar desde as séries iniciais, pesquisas têm demonstrado que a aprendizagem dos conteúdos desta área de conhecimento constitui um obstáculo para grande número de estudantes. Os altos índices de evasão e repetência, bem como os resultados de processos avaliativos governamentais denunciam que, tanto

nas escolas públicas como nas particulares, os alunos não têm se apropriado adequadamente desse conteúdo [...] a Matemática constitui mais uma das disciplinas que contribuem para o fracasso escolar.

Retomando à questão da necessidade de se organizar o ensino de Matemática, Vigotsky (2007, p. 103), afirma que “[...] o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer”. Sobre essa problemática, consideramos oportuno trazer os PCN/Matemática (BRASIL, 1998, p. 6), em que nesse documento está explícito:

A falta de sintonia entre realidade escolar e necessidades formativas reflete-se nos projetos pedagógicos das escolas, frequentemente inadequados, raramente explicitados ou objeto de reflexão consciente da comunidade escolar. A reflexão sobre o projeto pedagógico permite que cada professor conheça as razões da opção por determinado conjunto de atividades, quais competências se busca desenvolver com elas e que prioridades norteiam o uso dos recursos materiais e a distribuição da carga horária. Permite, sobretudo, que o professor compreenda o sentido e a relevância de seu trabalho, em sua disciplina, para que as metas formativas gerais definidas para os alunos da escola sejam atingidas. Sem essa reflexão, pode faltar clareza sobre como conduzir o aprendizado de modo a promover, junto ao alunado, as qualificações humanas pretendidas pelo novo ensino médio.

Fica, assim, evidenciado que nesse processo de organização do ensino de Matemática, dentre outros papéis, cabe ao professor e à escola, possibilitarem uma aproximação da realidade escolar com as necessidades formativas tanto dos alunos quanto dos professores, bem como uma reflexão sobre os projetos pedagógicos desenvolvidos na escola (se são cabíveis ou não à realidade escolar e comunidade). Dessa forma, acreditamos que o professor produzirá significado e sentido do seu trabalho, a fim de que seja compreendido como atividade (o seu trabalho), na perspectiva de Leontiev, questão a ser tratada em seções posteriores.

Na leitura que fizemos dos PCN\Matemática (BRASIL, 1998, p. 140), ainda foi possível constatar que, na organização do ensino,

Como profissional, o professor tem de fazer ajustes permanentes entre o que planeja e aquilo que efetivamente acontece na sua relação com os alunos, sendo que esses ajustes podem exigir ação imediata para mobilizar conhecimentos e agir em situações não previstas. Em outras palavras, precisa ter competência para improvisar. Por isso, num primeiro nível, a pesquisa que se desenvolve no âmbito do trabalho do professor deve ter como foco

principal o próprio processo de ensino e de aprendizagem. Num outro nível, a pesquisa diz respeito a conhecer a maneira como são produzidos os conhecimentos que ensina, ou seja, a noção básica dos contextos e dos métodos de investigação usados pelas diferentes ciências. O acesso aos conhecimentos produzidos pela investigação acadêmica, nas diferentes áreas, possibilita manter-se atualizado e competente para fazer opções de conteúdos, metodologias e organização didática do que ensina. [...].

A partir dessas considerações e reflexões e, tomando como especificidade o **tema** desta pesquisa – a AOE na organização do ensino da trigonometria no Ensino Médio –, encontramos em Lorenzato (1995) que a Geometria se encontra ausente na maioria das escolas devido a várias causas, em especial àquelas relacionadas com as práticas pedagógicas, como por exemplo: a pouca inovação no que tange aos princípios metodológicos; a falta de acesso aos conhecimentos matemáticos necessários à prática pedagógica dos professores e o descaso com essa área nos livros didáticos e currículos escolares. Assim, entendemos que muito dos professores, principalmente os do Ensino Fundamental, acabam por não ensinar a Geometria e, conseqüentemente, a Trigonometria, por não terem as devidas apropriações desses conceitos ou por acharem não serem relevantes do ponto de vista do currículo.

Com efeito, por conta das inquietações e da questão problema central desta pesquisa – há possibilidade de os alunos do Ensino Médio, sob a intervenção do professor/pesquisador, em situações de vivências e desenvolvimento de Atividades Orientadoras de Ensino se apropriarem dos conceitos trigonométricos? -, na busca por um ensino e aprendizagem de Matemática de boa qualidade, um ensino organizado, pautado na apropriação de conceitos, e não, apenas nas definições, técnicas e fórmulas, nos sub-tópicos seguintes refletiremos sobre a Teoria da Atividade em Leontiev e sobre a AOE em Moura (1996, 2001, 2010) e suas contribuições para a organização do ensino da Matemática na Educação Básica/Ensino Médio.

2.2 Contribuições da Teoria da Atividade para a organização do Ensino de Matemática: o trabalho do professor como atividade

A atividade pedagógica do professor deve gerar e promover a aprendizagem do estudante. Para isso, o professor deverá organizar o ensino de forma que esse estudante crie um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade. É com essa intenção que o professor organiza a sua própria atividade (a atividade de ensino) e suas ações de orientação, de organização e de avaliação.

Entretanto, considerando que a formação do pensamento teórico e da conduta cultural só é possível como resultado da própria atividade do homem, pelo viés da Teoria da Atividade decorre que tão importante quanto a atividade de ensino do professor é a atividade de aprendizagem que o estudante desenvolve. Nesse sentido, a atividade, “[...] como um dos princípios centrais ao estudo do desenvolvimento do psiquismo” (MOURA, 2016, p. 24), cumpre eficazmente seu objeto se, para o professor, essa se constituir objeto de ensino e, para o aluno, objeto de aprendizagem (MOURA, 2010).

A esse respeito, do ponto de vista de Moura (2016, p. 36),

Construir o motivo de aprender é fundamentalmente uma função educativa que, diga-se de passagem, vem sendo menosprezada por grande parte dos educadores. No entanto, é evidente que muitos dos elementos envolvidos na construção do motivo de aprender ultrapassam o âmbito de atuação do educador. Como exemplo, podemos tomar o valor atribuído à aprendizagem pela família, pelos grupos sociais nos quais a criança convive, e, de forma mais ampla, pela organização social e econômica. Assim, embora o professor tenha limites de atuação, criar condições para que o estudante queira aprender deve ser um dos objetivos de sua atividade de ensino.

Partindo desse entendimento, o professor que se coloca, assim, em atividade de ensino continua se apropriando de conhecimentos teóricos que lhe permitem organizar ações que possibilitem ao estudante a apropriação de conhecimentos teóricos explicativos da realidade e o desenvolvimento do seu pensamento teórico. Em síntese, se apropria de ações que promovam a atividade de aprendizagem de seus alunos. Desse modo, passa a ser visto como um profissional envolvido também com a sua atividade de aprendizagem, atividade esta que o auxilia a tomar consciência de seu próprio trabalho e lidar melhor com as contradições e inconsistências do sistema educacional, na medida em que compreende tanto o papel da escola, dadas as condições sociais, políticas, econômicas, quanto o seu próprio papel na escola.

Com tal situação descrita, perguntamos: como compreender o trabalho do professor de Matemática (ou de qualquer outro campo de saber) como atividade? Pelo que já refletimos, nem todo ensino, nem toda atividade de aprendizagem possibilita ao estudante o seu desenvolvimento cognitivo/psíquico. Serrão (2006, p. 116), assim, nos ajuda a encontrar resposta para esse questionamento:

Para que isso ocorra, faz-se necessário organizar a “atividade” dos estudantes na escola com o objetivo de promover situações que contribuam

para superação, pelo menos, do pensamento empírico, forma de pensar originária e circunscrita ao cotidiano vivido. Esta é a conclusão a que chegaram importantes pesquisadores russos e alemães ao investigar, no decorrer dos anos 1970, as neoformações psíquicas de estudantes, pautando-se nos referenciais teórico-metodológicos da Psicologia Soviética, especialmente os formulados por Vigotski, Elkonin, Leontiev e Galperin.

A respeito dessas considerações, para Leontiev (1998), sistematizador da Teoria da Atividade, Teoria que aprofunda os estudos da Teoria Histórico-Cultural de Vigotski, a estrutura da atividade é constituída pelas necessidades, motivos, finalidade e condições de realização da atividade. A necessidade é um fator gerador condicionante de uma atividade. Ela motiva o estudante a ter objetivos e, para que esses objetivos sejam atingidos, são necessárias ações físicas e mentais e, conseqüentemente, modos de se realizar essas ações: as operações. No entanto, como chama atenção Leontiev (1978, p. 296), nem toda ação é uma atividade. Por que ele diz isso? Porque no entendimento desse teórico, atividades são

[...] os processos que são psicologicamente caracterizados pelo facto de aquilo para que tendem no seu conjunto (o seu objeto) coincidir sempre com o elemento objectivo que incita o paciente a uma dada atividade, isto é, com o motivo.

A título de maiores esclarecimentos, Longarezi e Puentes (2017, p. 40-43) afirmam que:

O traço principal e primeiro de toda necessidade é que esta tem um objetivo: tem-se a necessidade de algo, de um objeto material determinado ou de um resultado ou outro de uma atividade. Não se pode caracterizar uma necessidade se não se mostra seu objetivo, se não se expressa seu conteúdo [...] O segundo traço fundamental das necessidades consiste no fato de que toda necessidade adquire um conteúdo concreto segundo as condições e a maneira como se satisfaz [...] O terceiro traço das necessidades é que uma mesma necessidade pode-se repetir [...] A repetição das necessidades é uma condição importante para sua forma e seu desenvolvimento. Somente quando se repetem enriquecem o conteúdo das necessidades. O quarto traço geral de todas as necessidades consiste no fato de que estas se desenvolvem à medida que se amplia o círculo de objetos e de meios para satisfazê-las. No início, enriquece-se o círculo de objetos que mantém e desenvolve a vida do indivíduo ou da espécie determinada; sobre essa base, enriquece-se e desenvolve-se a necessidade correspondente. Essa é a lei mais geral do desenvolvimento das necessidades.

Nessa perspectiva, o ensino realizado nas escolas pelos professores deve ter a finalidade de aproximar os estudantes de um determinado conhecimento. Daí a importância de

que os professores tenham compreensão sobre seu objeto de ensino, que deverá se transformar em objeto de aprendizagem para os estudantes. Além disso, é fundamental que, no processo de ensino, o objeto a ser ensinado seja compreendido pelos estudantes como objeto de aprendizagem. Isso, para a Teoria Histórico-Cultural, só é possível se este mesmo objeto se constituir como uma necessidade para eles.

Especificamente sobre os motivos, Longarezi e Puentes (2017, p. 45), entendem que motivo da atividade é aquilo “[...] que, refletindo-se no cérebro do homem, excita-o a agir e dirigir a ação a satisfazer uma necessidade determinada”. Dessa forma, a qualidade das ações depende dos motivos. Diante disso, perguntamos: qual deve ser o motivo da atividade de ensino do professor de Matemática? É possibilitar aos estudantes a apropriação dos conceitos matemáticos, em que deverá criar as condições materiais ou espirituais (subjetivas) para que essa aprendizagem seja efetivada.

Como exemplo, temos: um certo professor de Matemática da Educação Básica, após passar duas semanas trabalhando os conceitos razões trigonométricas no triângulo retângulo e situações-problema, observou que a maioria de seus alunos não se apropriou desses conceitos. Diante dessa problemática, esse professor angustiado com essa situação, repensou a sua atividade pedagógica, até aí limitada a explicações no quadro de acrílico e tarefas do livro-texto. Descobre então a AOE como possibilidade de mediar esses conceitos. Então, por trabalhar com o lógico-histórico desses conceitos, começou a perceber nos alunos motivos reais para realizar as tarefas, conscientes da necessidade da aprendizagem dos conceitos trigonométricos.

Reafirmamos que, na verdade, quando os processos mentais/psíquicos são desenvolvidos com um motivo que não coincide com o objeto, nesse caso, não podemos falar em atividade, mas, sim, em uma ação apenas. As ações podem ser vistas como elementos da estrutura da atividade, posto que uma atividade só pode ser efetivada como tal se for imbuída de uma ação ou de várias ações. Tomando como exemplo um Plano de Aula do professor de Matemática do Ensino Médio, a aula poderá ser desenvolvida por várias ações como pesquisa de campo, debates, atividades de laboratório, desenvolvimento de AOE e outras.

Sobre a finalidade e as condições de realização da atividade, Araújo (2015, p. 76), fundamentado em Leontiev (1980), destaca que cada ação no processo da atividade tem seu objetivo específico, a sua finalidade. “[...] Cada ação formativa pode ser desenvolvida de várias formas. A essas formas denominamos de operações, as quais para que possam ser efetivadas, dependem das condições de realização de cada ação.”

Conforme Ripardo (2012, p. 4), apoiado em Asbahr (2005) e Garnier et al (1996),

Uma necessidade quando encontra um objeto correspondente a ela gera um motivo, que servirá para orientar e regular a estrutura da atividade que lhe permita a obtenção do objeto. A atividade é composta por ações a serem delimitadas pelo sujeito. Em cada uma delas existem objetivos parciais regulando a sua execução, mas que devem estar em consonância com o motivo da atividade. Cada ação fica subordinada às condições reais para sua realização, ou seja, é a situação concreta na qual ela está circunscrita que determina as operações que serão realizadas para pô-las em prática.

Nesse contexto, entendemos que o sujeito não é capaz de formular conceitos científicos por simples observações de fenômenos naturais, se não puder contar com uma instrução culturalmente elaborada e, em geral, coordenada pela escola e orientada intencionalmente por um professor, para chegar à apropriação e generalização de tais conceitos. Nesse contexto, a mediação, para Vygotsky (1984), constitui um processo de intervenção de elementos sócio-históricos nas relações do homem com o mundo.

Nessas circunstâncias, a categoria atividade, como postulada por Leontiev, se apresenta como possibilidade para compreendermos a atividade de ensino (do professor) como uma unidade formadora ou desencadeadora de formação do professor e do aluno (atividade de aprendizagem). Nesses processos, temos a AOE como possibilidade para se concretizar tais atividades em um mesmo processo, questão a ser retomada na subseção 2.4.

2.3 O Lógico Histórico dos Conceitos Trigonométricos

Nesta seção, apresentamos o Lógico Histórico dos conceitos trigonométricos. A respeito desse tema, as perguntas mais frequentes (feitas pelos discentes) são: O que é trigonometria? Como surgiu o estudo dos conceitos trigonométricos? Por que estudar trigonometria? Qual a necessidade desse conceito para o desenvolvimento da humanidade?

Na busca de respostas a essas perguntas, iniciamos dizendo que, segundo Pereira (2010, p. 5), “a definição da trigonometria desenvolveu-se com o tempo, porém o que fez a trigonometria uma nova ciência foi a capacidade de assumir um determinado valor de um ângulo e determinar a esse um comprimento correspondente”.

Desse modo, a trigonometria, de acordo com Galvão (2008, p. 166-167):

Foi algo completamente novo na história da Geometria quantitativa, que surgiu na Escola de Alexandria, e evoluiu como criação de Aristarco, Hiparco, Menelau e Ptolomeu. O estudo das trajetórias e das posições dos corpos celestes e o desejo de compreendê-los e também de obter mais

recursos para a navegação e a geografia foram as motivações para o desenvolvimento das ideias originais da Trigonometria. Até então, adequadas as relações de semelhança entre lados de um triângulo retângulo eram utilizadas, na prática, para resolver problemas práticos [...].

Fica, portanto, evidenciado que o surgimento da trigonometria se deu principalmente devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta dos séculos IV e V a.C., com os egípcios e babilônios.

A trigonometria como auxiliar da astronomia, em que certas funções angulares são usadas para determinar posições e trajetórias de corpos celestes, surge no século II a.C. . O pai dessa abordagem foi o grego Hiparco de Niceia (séc. II a.C.), o mais importante astrônomo na Antiguidade, que, em razão disso costuma ser chamado de “o pai da trigonometria”. Ao que consta, Hiparco passou alguns anos de sua vida estudando em Alexandria, mas acabou se fixando em Rodes (Grécia), onde desenvolveu a maior parte de seu trabalho. Segundo Eves (2004, p. 202), foi Hiparco ou talvez Hipsicles (cerca de 180 a. C.) quem introduziu na Grécia a divisão do círculo em 360°.

De acordo com Iezzi (2013, p. 37), contam-se entre as principais contribuições de Hiparco à astronomia: a elaboração de um amplo catálogo de estrelas (o primeiro do mundo ocidental); a medida da duração do ano com grande exatidão (365,2467 dias contra 365,242199 dias segundo avaliações modernas); cálculo do ângulo de inclinação da eclíptica (que atualmente é o círculo (órbita) descrito pela terra em torno do sol em um ano) com o plano do equador terrestre. A trigonometria de Hiparco surge como uma “tabela de corda” em doze livros, obra que se perdeu com o tempo. Aí teria sido usado como pela primeira vez o círculo de 360°.

A esse respeito, Galvão (2008, p. 169), assim, comenta:

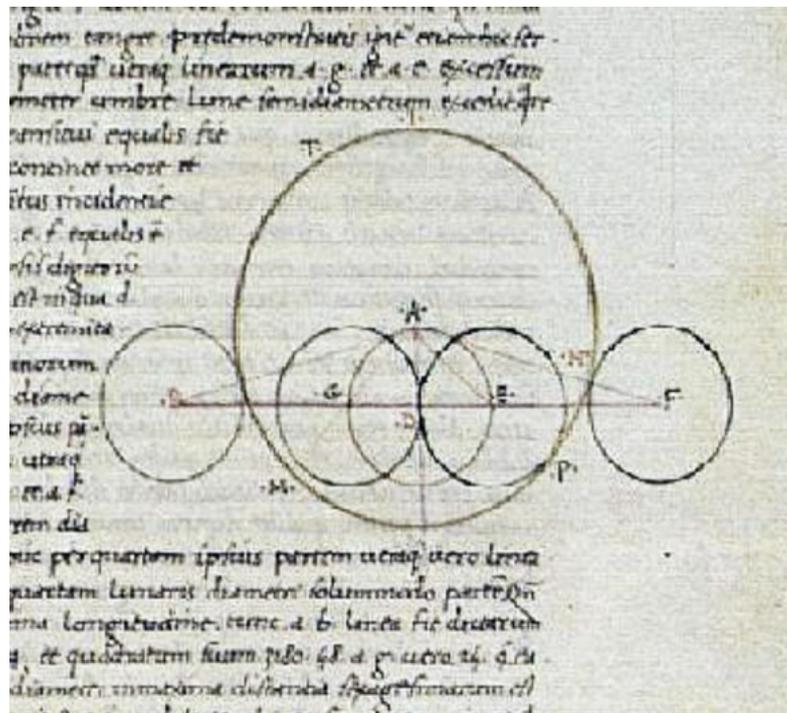
A grande motivação para o desenvolvimento das primeiras divisões técnicas da Trigonometria a partir dos ângulos associados à divisão da circunferência em 360° e do diâmetro medindo 120 unidades foi, sem dúvidas, a Astronomia – a “Esférica” segundo os gregos. As primeiras divisões do calendário eram associadas a posições de determinadas estrelas.

Vale destacarmos que a obra de Hiparco foi preservada e ampliada de maneira brilhante por Claudio Ptolomeu (séc. II d.C.). Sobre a vida de Ptolomeu praticamente o que se sabe é que fez observações astronômicas em Alexandria entre 127 e 151 d.C. Sua obra prima é o *Almagesto* (Figura 1), um compêndio de astronomia em treze livros que contém o mais completo catálogo de estrelas da Antiguidade e foi utilizado amplamente pelos árabes e

européus até a alta Idade Média, do qual ainda há cópias hoje em dia. A teoria astronômica apresentada por Ptolomeu nessa obra coloca no centro do universo a terra, em torno da qual giram o Sol, a Lua e os cinco planetas então conhecidos, segundo uma concepção que, com as adaptações devidas, foi bastante utilizada para descrever o comportamento do sistema solar por quatorze séculos.

Para nós, porém, as realizações de Hiparco na astronomia (Figura 2) são menos importantes que o papel que ele teve no desenvolvimento da trigonometria. O comentador Têon de Alexandria (Séc. IV) atribui a Hiparco um tratado em doze livros que se ocupa da construção de uma tábua de cordas.

Figura 1 – Almagesto de Claudio Ptolomeu



Fonte: disponível em: <https://educalingo.com/pt/dic-pt/almagesto>

Figura 2 - Hiparco de Niceia

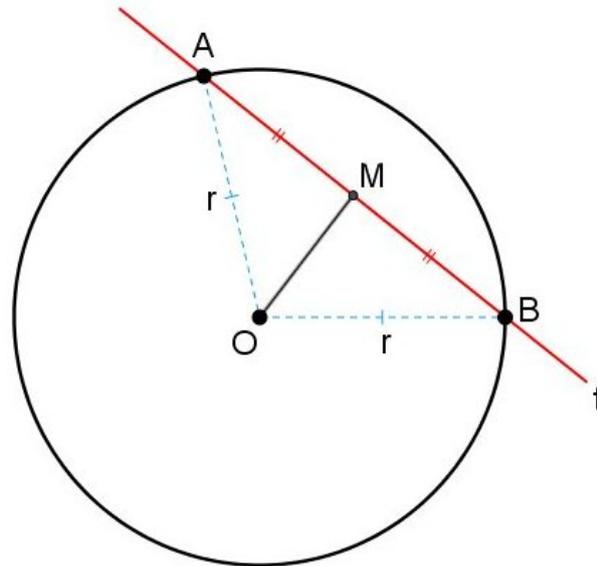


Fonte: Disponível em: <https://www.biografiasyvidas.com/biografia/h/hiparco.htm>. Acesso em: 2 maio 2019.

Deve ser notado que, desde os tempos de Hiparco, até os tempos modernos, não havia tal coisa como “razão” trigonométrica. Ao invés disso, os gregos e depois os hindus e os muçulmanos usaram linhas trigonométricas. Essas linhas primeiramente tomaram a forma de corda e só mais tarde meia corda, ou senos. Essa corda e linhas de senos então seriam associadas a valores numéricos, possivelmente aproximações e listados em tabelas trigonométricas.

A trigonometria era então baseada no estudo da relação entre um arco arbitrário e sua corda. Hiparco escreve a respeito do cálculo de comprimentos das cordas. Apesar da corda de um arco não ser o seno, uma vez conhecido o valor do seu comprimento, pode-se calcular o seno da metade do arco, pois a metade do comprimento da corda dividido pelo comprimento do raio do círculo é justamente esse valor, ou seja, para um círculo de raio unitário, o comprimento da corda subtendida por um ângulo x é $2 \cdot \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$, conforme a Figura 3, na página seguinte.

Figura 3 - Metade do arco de uma circunferência



Fonte: Disponível em: <https://www.infoescola.com/matematica/posicoes-relativas-entre-reta-e-circunferencia/>. Acesso em: 10 abr. 2019.

Portanto, os primeiros vestígios da trigonometria plana surgiram não só no Egito, mas também na Babilônia, a partir do cálculo de razões entre números e entre lados de triângulos semelhantes. Os babilônicos tinham grande interesse pela Astronomia, tanto por razões religiosas, quanto pelas conexões com o calendário e as épocas de plantio. A esses fatos acrescentamos que não há registros de que babilônicos e nem egípcios usaram em seus cálculos uma medida para ângulos. Esse conceito de trigonometria, como conhecemos hoje, na sua forma analítica, remonta ao século XVII. Seu florescimento dependia de um simbolismo algébrico satisfatório, o que não existia antes dessa época. Mas, considerando o termo trigonometria no seu sentido literal (medida do triângulo), a origem do assunto pode ser situada já no segundo ou terceiro milênio antes de Cristo.

De acordo com Roque (2012, p. 27),

As fontes indicam que quando a matemática começou a ser praticada no antigo Egito, ela estava associada sobretudo a necessidades administrativas. A quantificação e o registro de bens levaram ao desenvolvimento de sistemas de medida, empregados e aperfeiçoados pelos escribas, ou seja, pelos responsáveis pela administração do Egito. Esses profissionais eram importantes para assegurar a coleta e a distribuição dos insumos, mas também para garantir a formação de novos escribas. Os papiros matemáticos se inserem nessa tradição pedagógica e contêm problemas e soluções preparados por eles para antecipar as situações que os mais jovens poderiam encontrar no futuro. [...] a matemática egípcia por meio de um número

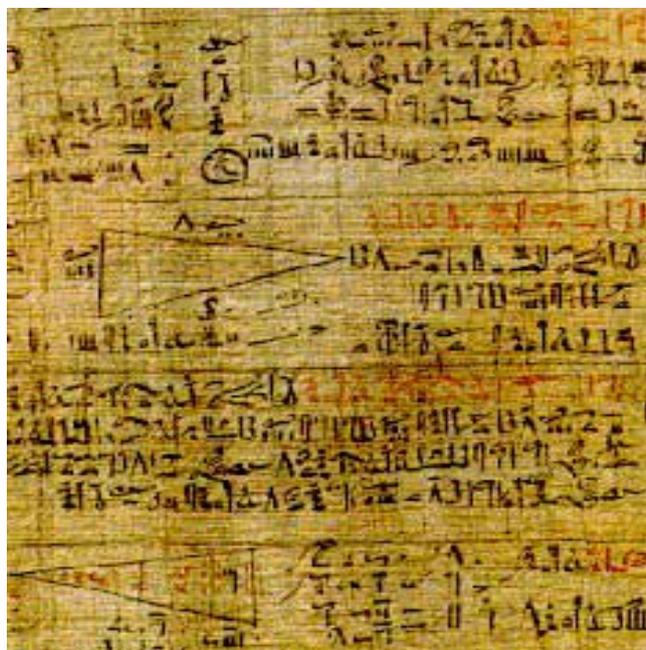
limitado de papiros, entre eles o de Rhind, escrito em hierático e datado de cerca de 1650 a.C., embora no texto seja dito que seu conteúdo foi cópia do de um manuscrito mais antigo ainda. O nome do papiro homenageia o escocês Alexander Henry Rhind.

O papiro de Rhind, importante documento sobre a matemática egípcia (aproximadamente 1700 a.C.), menciona por quatro vezes o *seqt* (*inclinação de uma parede*) de um ângulo, mostrados nas Figuras 4 e 5, respectivamente, em conexão com problemas métricos sobre pirâmides. O *seqt* do ângulo OMV, na Figura 4, é a razão entre OM e OV e, portanto, corresponde à inclinação de uma face sobre a base (medida de OMV), como afirma Iezzi (2013).

Para Galvão (2008, p. 167, grifo autor),

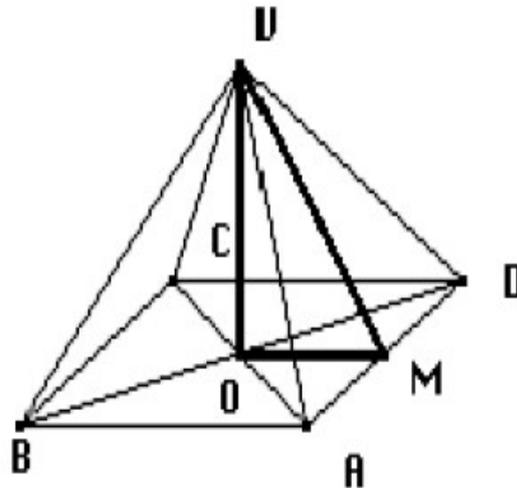
O Papiro de Rhind, um dos mais antigos registros da Matemática Egípcia, contém 5 problemas nos quais os cálculos apresentados estão relacionados com a inclinação das faces da pirâmide, medida pelo chamado “*seked*”. Um dos exemplos do papiro trata de uma pirâmide quadrangular retangular com 250 cúbitos de altura e base quadrada com 360 cúbitos de lado (Ver Figura 5).

Figura 4 - Papiro de Rhind



Fonte: Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm202/Papiro.htm>. Acesso em: 15 maio 2019.

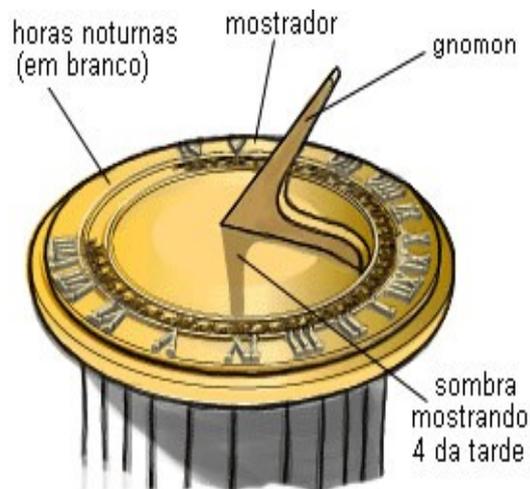
Figura 5 - Seqt de um ângulo no Egito.



Fonte: Iezzi (2004, p.36).

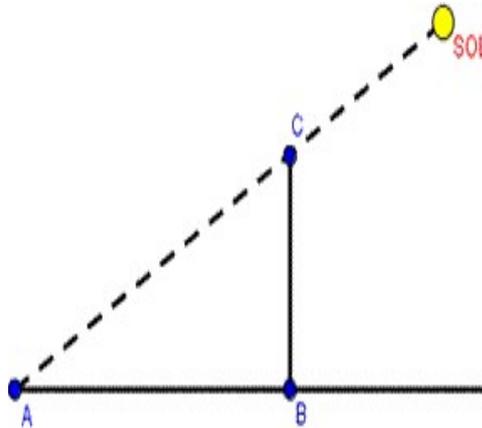
Além disso, egípcios e babilônicos (aproximadamente 1500 a.C.) e, posteriormente, os gregos usavam relógios de sol (como exemplo, temos as Figura 6 e 7) em que era utilizada a mesma ideia. Tais relógios consistiam basicamente em uma haste BC, chamada pelos gregos de gnomon, fincada verticalmente no chão. O exame da variação da amplitude da sombra AB projetada pela haste propiciava a determinação de parâmetros, a exemplo da duração do ano.

Figura 6 - Relógio do sol dos Gregos



Fonte: Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/geografia/relogio-sol.htm>. Acesso em: 10 maio 2019.

Figura 7 - Relógio do sol dos Egípcios e Babilônicos.



Fonte: Iezzi (2013, p. 36).

Os árabes, posteriormente, não se limitaram há apenas divulgar a obra de gregos e hindus: também deram contribuições significativas próprias à matemática, em particular à trigonometria. Nesse campo, em que adotaram a noção de seno dos hindus, introduziram os conceitos de tangente, cotangente, secante e cossecante, mas também como medidas de segmentos convenientes em relação a unidades pré-escolhidas. E, o primeiro texto sistemático de trigonometria, desvinculado da astronomia, é de um autor árabe: Nasir Eddin (1201-1274).

No Renascimento talvez o ponto alto da trigonometria seja o início de sua abordagem analítica, em que pontificou Viète. Mesmo com sua notação pouco funcional, Viète estabeleceu relações trigonométricas importantes, como as formulas para $\text{sen}(n\theta)$ e o $\text{cos}(n\theta)$ em função de $\text{sen } \theta$ e $\text{cos } \theta$.

A palavra cosseno surgiu somente no século XVII, como sendo o seno do complemento de um ângulo. Os conceitos de seno e cosseno foram originados pelos problemas relativos à Astronomia, enquanto o conceito de tangente, ao que parece, surge da necessidade de calcular alturas e distâncias. Já a tangente era a antiga função sombra, que tinha ideias associadas a sombra projetadas por uma vara colocada na horizontal. A variação na elevação do sol causava uma variação no ângulo que os raios solares formavam com a vara e, portanto, modificava o tamanho da sombra (IEZZI, 2013).

Assim, encontramos nos estudos de Galvão (2008, p. 166), que “as funções trigonométricas, que relacionam ângulos e comprimentos, são o estágio mais recente das relações entre ângulos e comprimentos de segmentos que vêm sendo estudadas desde a Antiguidade.”. Porém, não seria exagero nenhum afirmarmos que o verdadeiro fundador da trigonometria moderna foi Leonhard Euler (1707-1783), o maior matemático do Séc. XVIII.

Euler era filho de um pastor luterano de uma localidade da Suíça, próxima da cidade de Basileia, para onde fora com essa finalidade: estudar as funções trigonométricas. Conheceu Jean Bernoulli e seus filhos Nicolau e Daniel, o que acabou pesando fortemente em sua opção pela matemática. Pouco depois de formado foi convidado a integrar a Academia de S. Petersburgo, na Rússia, onde já estavam Nicolau e Daniel (que o haviam recomendado). Depois de alguns vaivéns, em 1730 ingressou naquela instituição como físico. E, três anos depois, com a volta de Daniel à Suíça, foi-lhe confiado o posto máximo de matemática de Academia. Nessa posição ficou até 1741 quando aceitou se transferir para a Academia de Berlim, a convite de Frederico, o Grande. Depois de 25 anos na Alemanha retorna enfim a S. Petersburgo, onde terminaria seus dias (IEZZI, 2013).

Diante do exposto, Euler, segundo Iezzi (2013), com cerca de 700 trabalhos, entre livros e artigos, é sem dúvida o mais prolífico e versátil matemático de todos os tempos. Os originais que deixou com a Academia de S. Petersburgo, ao morrer, eram tantos que sua publicação só foi concluída 47 anos depois. Outra observação pertinente é que esse matemático perdeu a visão em 1766, o que o obrigou, a partir de então, a ditar suas ideias a filhos ou a secretários.

Além disso, Euler foi também um grande criador de notações. Dentre os símbolos mais importantes devidos a ele, temos: " e " para base do sistema para logaritmos naturais (talvez extraído da inicial da palavra "exponencial"); " i " para a unidade imaginária ($i = \sqrt{-1}$); " π " para a razão entre a circunferência e seu diâmetro (na verdade, neste caso, foi apenas o divulgador dessa notação, posto já ter sido ela usada anteriormente).

Quanto à trigonometria, seu papel renovador surge já nos conceitos básicos. O seno, por exemplo, não é mais um segmento de reta a ser expresso em relação a alguma unidade, mas a abscissa de um ponto do círculo unitário de centro na origem e, portanto, é um número puro. Caracteriza-se dessa forma (vale o mesmo para as demais linhas trigonométricas) a ideia de relação funcional entre arcos e números reais.

Euler dedicou duas memórias à trigonometria esférica, nas quais partiu do fato de que, sobre a superfície de uma esfera, as geodésicas (arcos de menor comprimento ligando dois pontos) são arcos de círculos máximos. Assim, um triângulo esférico é determinado por três círculos máximos. Entre outros resultados obteve, por máximos e mínimos, a lei dos senos e da trigonometria esférica (IEZZI, 2013).

2.3.1 Afinal, o que é Lógico-histórico?

Conforme o estudo de Kopnin (1978), o aspecto histórico implica não só a história do objeto, sua produção e desenvolvimento, mas também a história de como a humanidade se apropriou desse objeto, ou seja, a história de seu conhecimento. Esses elementos, ao serem apropriados pelo pensamento humano, constituem o aspecto lógico. Assim, o lógico, para esse mesmo pesquisador (1978, p. 183), nada mais é do que “[...] a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações”. Em outras palavras, trata-se da apropriação do histórico do conceito pelo pensamento humano.

Para uma melhor explicação, encontramos em Panossian, Moretti e Souza (2017, p. 135) que,

[...] o uso da história do conceito nessa perspectiva, tem por objetivo explicar o seu movimento histórico de produção e desenvolvimento, uma vez que como objetivação da atividade humana o conceito está impregnado de trabalho humano cristalizado, como síntese da resposta humana da às necessidades que motivaram sua produção – suas necessidades, suas formas de ação, seus instrumentos, sua generalização.

Assim compreendido, assumir a importância de que o lógico-histórico seja considerado dialeticamente no processo de conhecimento de um determinado objeto, traz implicações para a organização do trabalho docente, de modo particular, do professor de Matemática, por considerar o objeto de estudo desta investigação. Em outras palavras, no ensino de Matemática torna-se fundamental que a história do conceito permeie a organização das ações do professor, de modo que esse possa propor aos seus alunos problemas desencadeadores que embutem em si a essência do conceito, ultrapassando os limites da aparência ainda muito presente em decorrência da lógica formal. Em síntese, implica compreender que a história da matemática, que envolve o problema desencadeador, não é a história factual, mas sim aquela impregnada no conceito (MORETTI, 2007).

Nessa perspectiva, a situação-problema (ou atividade desencadeadora da aprendizagem) pode ser uma história virtual, entendida como “situações-problema colocadas por personagens de histórias infantis, lendas ou da própria história da matemática como desencadeadora do pensamento da criança de forma a envolvê-la na produção da solução do problema qual faz parte do contexto da história” (MOURA, 1996, p. 20), um jogo, um problema contextualizado ou, até mesmo, um problema de compatibilidade lógica dentro da

própria matemática. A intenção do professor ao usá-la como recurso didático é a de que o conceito ao ser ensinado se transforme em uma necessidade, cognitiva ou material, para seus alunos, de modo que as ações que esses desenvolvam na busca da solução do problema estejam de acordo com o motivo que os levam a agir e que, desse modo, eles possam, de fato, estar em atividade na perspectiva da teoria da atividade em Leontiev e da AOE, defendidas neste estudo.

2.4 A Atividade Orientadora de Ensino como mediadora do processo de apropriação de Conceitos Trigonométricos

A partir da Teoria da Atividade (1978), o conceito de AOE foi desenvolvido por Moura (MOURA, 1998, 2001; MOURA et al, 2010), que a compreende como àquela atividade “[...] que se estrutura de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema” (MOURA, 1998, p. 155). Para esse mesmo autor, tal compreensão implica elementos como coletividade, interação e negociação, imprescindíveis no processo de aprendizagem.

Nesse entendimento, para que a aprendizagem se concretize para os estudantes e se constitua efetivamente como atividade, a atuação do professor é fundamental ao mediar a relação dos estudantes com o objeto do conhecimento (no caso deste estudo, os conceitos trigonométricos), orientando e organizando o ensino. As ações do professor na organização do ensino devem criar no estudante a necessidade do conceito, fazendo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo. O professor, como aquele que concretiza objetivos sociais objetivados no currículo escolar, organiza o ensino, ou seja, define ações, elege instrumentos (recursos didáticos, por exemplo) e avalia o processo ensino e aprendizagem continuamente.

Nessa perspectiva, Moura (2010) propõe a AOE a partir de princípios da Psicologia Histórico-cultural que se constitui como uma proposta de organização do ensino e da aprendizagem. Tal proposta tem como elementos estruturantes a intencionalidade do professor, as necessidades, os objetivos, as ações e operações, tanto do professor quanto do estudante.

A AOE proposta por Moura discute as possibilidades de o ensino de matemática permitir aos sujeitos interagirem, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação problema.

Nesse princípio metodológico, ambos atores, professor e alunos, são sujeitos em atividade e, dessa forma, se constituem como indivíduos portadores de conhecimentos, valores e afetividade que estarão presentes no modo como realizarão as ações que têm por objetivo um conhecimento de qualidade nova.

Nesse sentido, a AOE toma a dimensão de mediação ao se constituir como um modo de realização de ensino e de aprendizagem dos sujeitos que, ao agirem num espaço de aprendizagem, se modificam e assim também se constituirão em sujeitos de qualidade nova.

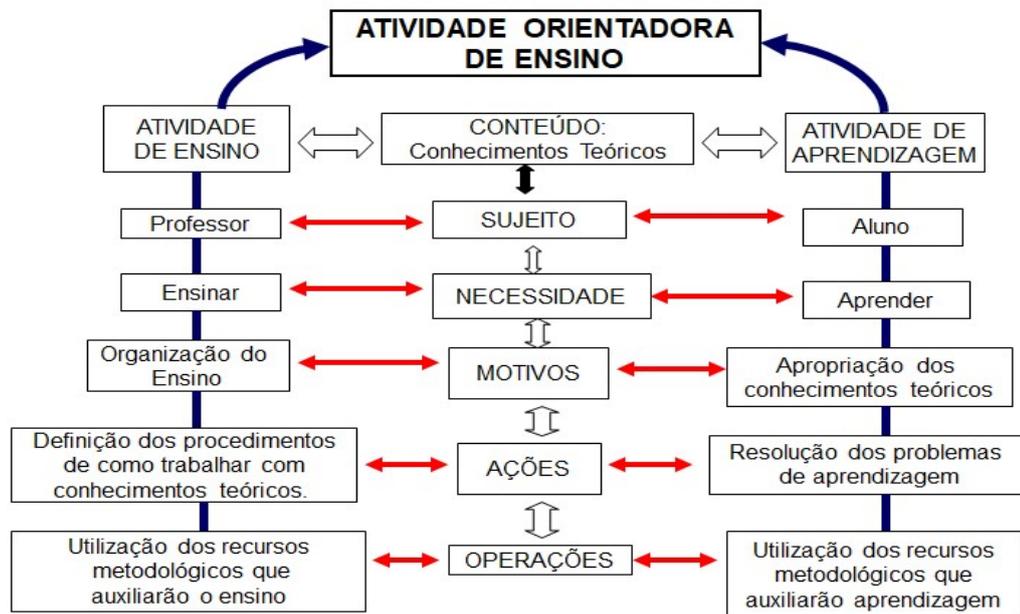
Segundo Moura (2010), é o professor que mediará a relação dos estudantes com o objeto do conhecimento, orientando e organizando o ensino. Esse autor ressalta ainda que, “as ações do professor na organização do ensino devem criar, no estudante, a necessidade do conceito, fazendo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo” (MOURA, 2010, p .216).

É esse modo especial de organizar o ensino em que objetivos, ações e operações se articulam como atividade que dá à AOE a dimensão de unidade formadora do aluno e do professor ao concretizarem a apropriação da cultura no contexto da educação escolar. Os elementos característicos da AOE permitem que ela seja elemento de mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem. Como podemos observar, nesse princípio metodológico está presente a intencionalidade educativa, sendo que essa como diz Moura (2001, p. 157),

[...] é no seu nascedouro, o resultado de múltiplos fatores que se unem num propósito coletivo e querer influenciar ou modificar comportamentos. E esta modificação por sua vez poderá servir para alterar algum aspecto da realidade, graças à aprendizagem sobre como realiza ações concretas, tais como: construir uma ferramenta, realizar uma intervenção cirúrgica ou construir estradas. Ou seja, as intencionalidades educativas proporcionarão mudanças em sujeitos que adquirem novas competências, comportamentos e valores e, na realidade objetiva, como resultado das ações desses sujeitos.

Com o propósito de melhor sintetizarmos essas compreensões da AOE, apresentamos na página seguinte a Figura 8.

Figura 8 – Estrutura da Atividade Orientadora de Ensino



Fonte: Moura et. al (2010).

Como descrito na Figura 8, vale reforçarmos que a AOE é a mediação na atividade do professor que tem como necessidade o ensino de um conteúdo ao sujeito em atividade cujo objetivo é a apropriação desse conteúdo entendido como um objetivo social. Além disso, ela constitui-se em um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objetivo é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento. Assim, o professor, ao organizar as ações que objetivam o ensinar, também requalifica seus conhecimentos, e é esse processo que caracteriza a AOE como unidade de formação do professor e do estudante (MOURA, 1996, 2001).

Feitas as considerações, é oportuno destacarmos que a AOE se apresenta, no geral, dividida em três momentos, conforme Araújo (2015). O primeiro é a síntese histórica do conceito, que se constitui num momento de estudos e planejamento do professor. Esta etapa se torna importante para que o professor possa organizar sua aula e escolher qual a melhor dinâmica para trabalhar determinado conteúdo com a turma. No caso deste estudo, temos o lógico-histórico do conceito de trigonometria.

No segundo momento, devemos pensar na situação desencadeadora de aprendizagem, que é apresentada à turma normalmente a partir de uma história virtual¹, em que o aluno se sente motivado a resolver um problema junto aos personagens. Esta situação desencadeadora permite aos alunos, supostamente, vivenciarem o momento histórico onde o conceito de trigonometria foi elaborado, e com isso compreenderem com que intuito ele foi criado.

Por fim, no terceiro momento, se propõe a Síntese Coletiva, em que a turma tenta chegar a uma solução cujo pensamento matemático seja correto, sob a mediação do professor. Nesse momento, o professor deve orientar os alunos para que as respostas sejam direcionadas a resultados que coincidam com aqueles que a humanidade, ao longo da história da matemática e das necessidades do homem, instituiu-o como correto.

Para Moura *et. al.* (2010, p. 221),

A AOE constitui-se em um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento. Assim, o professor, ao organizar as ações que objetivam o ensinar, também requalifica seus conhecimentos, e é esse processo que caracteriza a AOE como unidade de formação do professor e do estudante.

Para complementar a compreensão acerca da AOE, Moraes (2008), diz que as principais características desse princípio metodológico são: intencionalidade pedagógica por ser um tipo específico de atividade, a situação desencadeadora e aprendizagem nada mais é do que a materialização da atividade de ensino, nele está a essência do conceito; como quesito fundamental para o desenvolvimento da atividade temos a mediação em que há a necessidade da coletividade e, por fim, passa a ser uma atividade do professor (atividade de ensino) e do aluno (atividade de aprendizagem).

A título de ilustração, apresentamos a AOE como uma forma de organização dos conceitos trigonométricos a ser desenvolvida com os sujeitos desta pesquisa. No primeiro momento, a fim de possibilitar aos alunos noções gerais sobre os primórdios dos conceitos trigonométricos, solicitamos que esses fizessem uma pesquisa (em grupos) sobre o lógico-histórico da trigonometria. Tal proposta foi socializada em sala de aula, através de discussões. Após esse trabalho, surgiram diversas dúvidas em relação aos conceitos trigonométricos, o

¹ Do ponto de vista de Moura (1996, p. 20), na história virtual de um conceito matemático são apresentadas "situações-problema colocadas por personagens de histórias infantis, lendas ou da própria história da Matemática, como desencadeadoras do pensamento da criança, de forma a envolvê-la na construção de soluções que fazem parte do contexto da história. Dessa forma, contar, realizar cálculos, registrá-los poderá tornar-se para ela uma necessidade real".

que já era esperado. Diante disso, por meio de slides, fizemos uma explanação a respeito desses conceitos, demonstrando a importância do estudo dos mesmos, na perspectiva do lógico-histórico.

No segundo momento, sentimos a necessidade de se fazer exposição de alguns problemas desencadeadores envolvendo as relações trigonométricas no triângulo retângulo, apresentando a devida demonstração por meio da semelhança de triângulos. Uma maneira alternativa para fazer a demonstração desses conceitos foi a de levar os estudantes para o laboratório de matemática e com a mediação de um material concreto (para se trabalhar, por exemplo, as relações trigonométricas no triângulo retângulo, por meio de semelhança de triângulos). Isso foi pertinente, sobretudo, por conta das problematizações das demonstrações. Se demonstrou, assim, no triângulo retângulo as relações de seno, cosseno e tangente.

Particularmente sobre os ângulos fundamentais de 30° e 60° , para se descobrir o seno, cosseno e tangente, traçamos a altura de um triângulo equilátero para calcular os valores das razões trigonométricas. No caso do ângulo fundamental de 45° , traçamos a diagonal do quadrado. Feito isso, propomos a demonstração da relação fundamental da trigonometria e, em seguida, a partir de algumas aplicações práticas, mostramos o cálculo de distâncias com o uso da trigonometria.

No terceiro e último momento do desenvolvimento dessa AOE, após perceber divergências nas soluções apresentadas pelos alunos, buscamos orientá-los, no coletivo, a fim de que as respostas, ou melhor, os resultados atendessem a perspectiva do lógico-histórico dos conceitos trigonométricos, como comentado anteriormente, ou seja, que coincidisse, de certa forma, com aqueles que a humanidade, ao longo da história da matemática e das necessidades, do homem, instituiu-o como correto.

Como podemos observar no exemplo, a AOE pauta-se pela intencionalidade dos indivíduos, pelo desenvolvimento dos nexos conceituais do conhecimento que, mediados pelas diversas formas de linguagem, permitem a apropriação dos conhecimentos teóricos e a consequente formação de um pensamento teórico (ARAÚJO, 2015).

3 PROCEDIMENTOS METODOLOGICOS DA INVESTIGAÇÃO

O desenvolvimento das pesquisas nas quais o acompanhamento do fenômeno e a proposição de situações de intervenção são possibilitadoras de mudança, pressupõe a necessidade de um amplo e sistematizado processo de coleta de dados que permita a apreensão do fenômeno investigado de maneira mais profunda e no sentido de sua 'totalidade' (MORETTI; MARTINS; SOUZA, 2017, p. 45-46, grifo das autoras).

Nesta seção, partindo da necessidade apontada por Moretti, Martins e Souza (2017), discutiremos sobre os processos metodológicos que nos possibilitaram trilhar o percurso desta investigação. Para tanto, *a priori*, trataremos da caracterização da pesquisa. Em seguida, faremos algumas reflexões sobre a Teoria da Atividade e sobre o princípio metodológico AOE, como formas teórico-metodológicas de apreensão do fenômeno investigado. Feito isso, apresentaremos o cenário de desenvolvimento do estudo, os atores investigados e as técnicas e instrumentos para produção dos dados. Por último, discutiremos sobre o processo de análise de dados.

3.1 Caracterização da pesquisa

Levando em conta o objetivo geral e o problema de pesquisa deste estudo e, sobretudo, o referencial teórico e metodológico que são as contribuições da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade e da AOE, nos respaldamos na pesquisa de campo de abordagem qualitativa. Entendemos que essa abordagem é propícia em situações de caráter educacional, pois a sua utilização, como forma metodológica, assim, possibilita que o professor pesquisador reflita também sobre a sua própria prática pedagógica, além de uma maior apropriação dos conhecimentos científicos. Diferentemente da pesquisa de abordagem quantitativa que tem como foco maior a análise de dados estatísticos, a partir da mensuração, operacionalização de variáveis e testes de hipóteses, como lembra Freitas (2002, p. 26, grifo nosso),

Os estudos qualitativos com o olhar da perspectiva sócio-histórica (**Teoria da Atividade e AOE**), ao valorizarem os aspectos descritivos e as percepções pessoais, devem focalizar o particular como instância da totalidade social, procurando compreender os sujeitos envolvidos e, por seu intermédio, compreender também o contexto. Adota-se, assim, uma

perspectiva de totalidade que [...], leva em conta todos os componentes da situação em suas interações e influências recíprocas.

Para um melhor entendimento dessa concepção de pesquisa, Triviños (2008, p. 128 - 129), fundamentado em Bogdan, acrescenta: “a pesquisa qualitativa tem um ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento-chave [...] os pesquisadores qualitativos estão preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados e os produtos.”. No caso deste estudo, tivemos como ambiente natural, fonte direta dos dados, a escola campo empírico CETI Aluísio Azevedo.

No meio educacional, esse tipo de pesquisa permite ao professor pesquisador ter maior envolvimento e comprometimento em ações que visam novas formas de ensinar e aprender. Além disso, no que se refere a produção de dados, essa ainda serve como processo de indagação e dessa forma, haverá atenção especial acerca dos propósitos da pesquisa aos sujeitos investigados e ao referencial teórico adotado, a fim de possibilitar com maior clareza a análise dos dados.

Na verdade, o cenário escolar não pode ser compreendido como campo de aplicação apenas, mas, um ambiente em que as relações de ensino e aprendizagem, por possibilitarem a apropriação de conceitos trigonométricos (ou de qualquer outro campo de saber), permitem ainda a emergência e a observação do início primário de operações psíquicas, competências e habilidades, bem como estratégias novas para a resolução de problemas, voltadas aos alunos.

Partindo dessa compreensão, as ações deste formato de pesquisa são entendidas por Lima (2004, p. 101), como “fontes de novas estratégias pedagógicas, criadoras de novas possibilidades que visem enfrentar problemas de aprendizagem ou preencher lacunas identificadas no meio onde estamos inseridos”. Nesse sentido, há a necessidade do planejamento de uma proposta pedagógica, aqui nos referimos, sobretudo, a AOE na medida em que se idealiza a apropriação de conceitos trigonométricos, a produção de significados desse conceito, e não simplesmente a definição com memorização dos mesmos.

3.2 A Teoria da Atividade como forma de apreensão do fenômeno de estudo investigado

Iniciamos essa discussão enfatizando que a Teoria da Atividade é um aprofundamento dos estudos da Teoria Histórico-Cultural, que tem como expoente maior Vigotski, iniciada na década de 1930, na antiga União Soviética, hoje conhecida como Rússia. As pesquisas de Vigotski tinham como foco a interação do homem com os signos e os instrumentos da

comunicação. Parte do pressuposto marxista de que ao transformar a natureza o homem também se transforma, atingindo dentro das condições objetivas e subjetivas a sua emancipação, o seu desenvolvimento psíquico.

Pelo viés da Teoria da Atividade em Leontiev, a aquisição do instrumento consiste na apropriação das operações físicas e/ou mentais que nele estão incorporadas por meio de uma atividade prático-teórica. Em outras palavras, o psiquismo humano está estruturado a partir da atividade social e histórica dos homens. Dessa forma, é pela apropriação da cultura material e simbólica, a exemplo da matemática, que foi produzida e acumulada objetivamente ao longo da história.

Nessa perspectiva, o desenvolvimento do homem ocorre através da atividade que ele exerce. Delimitando a profissão professor, esse desenvolvimento se dá nas mediações que permeiam a sua atividade pedagógica (neste estudo entendida como a unidade atividade de ensino e atividade de aprendizagem). Desse entendimento, decorre que o desenvolvimento das funções psicológicas superiores (reflexão, criticidade, imaginação, planejamento, memória e outras) se originam de um processo de apropriação de conceitos em que transforma a atividade externa (objetiva) em atividade interna (subjetiva). Assim, os homens se apropriam tanto de mecanismos materiais como de um sistema de significações (sentido e significado), os quais foram constituídos historicamente (LEONTIEV, 1978).

Entendemos, assim, que os homens são criadores de suas criaturas. Eles constroem o mundo material, que se cristaliza através dos objetos do trabalho humano. Especificamente sobre a atividade do professor de matemática, esse deve fazer uso de instrumentos mediadores, a fim de deixar às futuras gerações, aos futuros profissionais, sejam da educação ou não, a apropriação dos conceitos matemáticos.

Nesse contexto, os professores devem criar novas formas e estratégias de satisfazer suas necessidades, e estas, por sua vez produzir outras necessidades. A título de exemplo, temos a atividade de escrever, criada pelo homem ao longo de um processo de milhares de anos, em que se usavam, por exemplo, marcas feitas em osso de lobo, cuja datação aponta para aproximadamente 30 000 a. C. (GALVÃO, 2008). Diante disso, que outras necessidades foram surgindo, ao perceber-se que não bastava apenas saber escrever em rochas e ossos? Houve a necessidade do exercício de atividades motoras, fabricação de outros recursos, como por exemplo, o papel, o pincel, o lápis, a caneta, a máquina de escrever, o computador e outros.

Vale destacarmos que todos esses recursos carregam em si habilidade criada pelo homem, como também nossos movimentos em suas formas e transferem as nossas ações e habilidades cristalizadas, configurando, dessa forma em fenômenos estritamente sociais. É isso que faz com que o homem, pela atividade de trabalho, no caso do professor de matemática, pela sua atividade pedagógica, torna-se um sujeito consciente de suas ações, produzindo, portanto, significação de conceitos a partir de suas práticas (social e pedagógica).

A significação, para Leontiev (1978, p. 100 – 101), é compreendida como:

[...] aquilo que num objeto ou fenômeno se descobre objetivamente num sistema de ligações, de interações e de relações objetivas. A significação é refletida e fixada na linguagem, o que lhe confere a sua estabilidade. Sob a forma de significações linguísticas constitui o conteúdo da consciência social; entrando no conteúdo da consciência social, torna-se assim a ‘consciência real’ dos indivíduos objetivando assim o sentido subjetivo que o refletido tem para eles. [...] A significação é a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. [...] A significação existe também como fato da consciência individual, o homem que percebe e pensa o mundo enquanto ser sócio-histórico, está ao mesmo tempo armado e limitado pelas representações e conhecimentos da sua época e da sua sociedade. [...] A significação é, portanto, a forma sob a qual um homem assimila a experiência humana generalizada e refletida.

A partir desse entendimento, de que “a significação é, portanto, a forma sob a qual um homem assimila a experiência humana generalizada e refletida”, podemos afirmar que atividade de ensino e atividade de aprendizagem visam justamente atingir uma realidade diferente da matéria imediata, de uma visão de mundo substanciada pelo senso comum. Seja a atividade de ensino ou de aprendizagem, elas são impactantes na realidade psicológica do sujeito que ensina e aprende.

Desse modo, essas atividades produzem uma mudança nessa realidade por meio de ferramentas simbólicas, o que implica na definição de objetivos por parte de quem ensina. É uma necessidade de fazer com que os sujeitos se apropriem dos conceitos científicos. Isso nada mais é do que troca de significados. Intrínseca à atividade está o motivo, que é a apreensão do novo conteúdo escolar. Esse, por sua vez, é o objetivo que exige determinada ação para ser veiculado de modo que os sujeitos aprendam (MOURA, 2000).

Feitas as reflexões teóricas, fica evidenciado que a Teoria da Atividade relaciona-se com o cenário educativo, de modo particular com a atividade de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, o que implica num vínculo direto a ideia de necessidade o que, em outras palavras, como já comentado, está a ideia de se ter um motivo real para se apropriar da

matemática. Nesse sentido, é o motivo que impulsiona as ações dos estudantes a fim de que haja a tomada de consciência da responsabilidade e compromisso por parte desses estudantes com a atividade de aprendizagem. Para Leontiev (1978, p. 103), “[...] as ações que realizam a atividade são despertadas pelo seu motivo, mas estão direcionadas para um objetivo.”.

No contexto escolar, os conceitos matemáticos são apropriados nas mediações que se dão nas relações pedagógicas, envolvendo a tríade: o professor, os alunos e seus colegas de sala de aula. Como diz Vigotski (1984), são nas mediações que ocorrem nas atividades de ensino e de aprendizagem que se forma a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). A ZDP nada mais é do que as possibilidades dos estudantes atingirem níveis complexos de apropriação dos conceitos, partindo do desenvolvimento proximal, aquilo que eles só conseguem realizar com a ajuda do professor e/ou de colegas que já se encontram em um nível cognitivo mais elevado, ao desenvolvimento real, ou seja, nível de aprendizagem em que o estudante torna-se autônomo e competente frente às situações-problema propostas pelo professor.

Pensando nessa situação, no que fazer com os alunos que têm dificuldades de aprendizagem da matemática, Moura (1998, 2001; MOURA et al, 2010) idealizou a AOE, como princípio metodológico com possibilidade da apropriação conceitual. Para Moura e Lanner de Moura (2007), a AOE organiza-se por meio dos seguintes elementos básicos: intencionalidade do professor; explicação de uma situação-problema; momentos de interações entre as crianças, o professor e as diferentes fontes, em busca de possíveis formas de resolução do problema apresentado; e momentos coletivos de síntese teórica das resoluções encontradas, sob a orientação da história do conceito e da abordagem histórico-cultural do desenvolvimento humano.

Diante dessas reflexões teórico-metodológicas, pontuamos que os pressupostos da Teoria da Atividade e da AOE foram determinantes no processo da apreensão do objeto de estudo investigado: situações de vivências e de desenvolvimento de AOE por alunos como possibilidade para apropriação de conceitos trigonométricos. Desse modo, as atividades de aprendizagem e a AOE foram pensadas no coletivo, sendo “[...] planejadas de forma que os alunos fossem estimulados a participar de situações compartilhadas, permitindo um acompanhamento maior da explicitação verbal de seu pensamento e das ações dele decorrente durante a realização das atividades.” (RODRIGUES; SFORNI, 2010, p. 548).

E ainda sobre o processo de apreensão do fenômeno investigado, a fim de explicar a realidade investigada, ou seja, o objeto de estudo, fizemos uso do princípio explicativo,

recomendado por Vigotski, respaldado no Materialismo Histórico e Dialético (MHD). Tal princípio apresenta três pressupostos: devemos explicar e não nos limitarmos às descrições nominais que constituem o fenômeno investigado; analisar o processo e não o objeto; e, alertar para o problema da conduta fossilizada. Esse alerta se justifica pela necessidade de o pesquisador sempre testar o caráter automático e mecanizado do comportamento do fenômeno investigado, não se limitando à aparência apenas, uma vez que somente retornando a sua gênese através do experimento é que se chega à essência, à realidade concreta. (VIGOSTSKI, 2007).

Em síntese, tais pressupostos do princípio explicativo de Vigotski nos possibilitaram também apreender o movimento da AOE como proposta de apropriação de conceitos Trigonométricos no Ensino Médio. Esse movimento se configurou como dinâmico, histórico, como explica Araújo (2015, p. 121), “[...] essa apropriação não se encontra posta no meio social, na escola ou em qualquer outro espaço de formação, portanto, não basta apenas descrevermos apenas o processo de apropriação de conceitos matemáticos [...]”, ocorrido no campo empírico desta investigação.

3.3 O cenário de desenvolvimento do estudo

Esta pesquisa foi desenvolvida no Centro de Ensino de Tempo Integral – CETI Aluísio Azevedo (Figura 9, na página seguinte), localizado na Avenida Francisco Castro, bairro Ponte na cidade de Caxias/Maranhão. A estrutura física do colégio é composta por: 13 salas de aula; 45 funcionários; possui laboratórios (física, matemática, química, biologia e informática) e biblioteca. Para definir o ambiente da pesquisa, foi usado o fato de o professor/pesquisador pertencer ao quadro de professores efetivos da instituição.

Esse centro de ensino foi criado em 1976, em que, no local funcionava uma fábrica têxtil conhecida como Companhia União Caxiense (fundada em 1889), onde o prédio foi totalmente demolido e por cima de seus alicerces, foi construído a presente escola, através do Decreto de nº. 5.979 de 1976, no governo de Osvaldo da Costa Nunes Freire, cujo nome inspira-se no célebre escritor realista/naturalista Aluísio Tancredo Gonçalves de Azevedo (nascido em São Luís – MA).

A presente escola foi selecionada para fazer parte do novo modelo de educação integral. Essa seleção objetivou, por meio do modelo adotado de Centro de Educação Integral, a partir da transformação de Escola de Ensino Médio, ainda que de forma parcial, visto que

em 2018, iniciamos apenas com a 1ª série sendo em tempo integral e a 2ª e 3ª séries na modalidade regular, a melhoria dos índices educacionais da escola e conseqüentemente do Estado.

É tido como modelo de Centro de Educação Integral. Apresenta na sua proposta pedagógica uma série de estratégias, como exemplo, as disciplinas da parte diversificada (projeto de vida, eletivas, estudo orientado e práticas laboratoriais) que compõe o modelo de escola de tempo integral. Essas disciplinas visam proporcionar aos adolescentes e jovens uma perspectiva de futuro no qual, através da construção dos seus projetos de vida, seja possível formar jovens autônomos, competentes e solidários e sonhar com resultados exitosos. Portanto, acreditamos que este Plano de Ação é um documento de extrema importância, pois este versa sobre a visão, as metas, os objetivos e estratégias para garantirmos aos nossos adolescentes e jovens, uma sólida formação em valores fundamentais para tomada de decisões ao longo das suas trajetórias e desenvolvimento de competências que lhes permitam atuar diante dos desafios da vida.

Figura 9 – C.E.T.I. Aluísio Azevedo



Fonte: O próprio autor (2019)

3.4 Os atores investigados

A turma do CETI Aluísio Azevedo com a qual a pesquisa foi desenvolvida era do 2º ano do Ensino Médio formada por 36 alunos, na faixa etária entre 15 e 17 anos. Desses, apenas 15 alunos participaram como atores investigados neste estudo, embora o convite tenha sido estendido a todos. É oportuno esclarecer que os nomes utilizados são fictícios, pois esse foi um acordo entre pesquisador e pesquisados, a fim de preservarmos a imagem e a integridade dos estudantes.

3.5 Técnicas/instrumentos para produção de dados

Em conformidade com as orientações de Araújo (2015), fundamentado em Fiorentini e Lorenzato (2006), de que os instrumentos e técnicas para a produção de dados devem coadunar com o problema e os objetivos da pesquisa, garantindo que a especificidade dos dados coletados influencie na seleção desses instrumentos e técnicas, neste estudo optamos pelos seguintes instrumentos e técnicas: o diário de campo; o questionário semiestruturado, a observação participante, a própria AOE e o pesquisador.

Para Bogdan e Biklen (1994), o diário de campo é o instrumento onde são registrados todos os comentários sobre a relação com os atores investigados na mediação com o professor, bem como as alegrias e os problemas encontrados no estudo, as estratégias empregadas na solução das atividades propostas e decisões no coletivo. Assim, o diário de campo contribuiu com as anotações que fizemos do envolvimento dos alunos no desenvolvimento da AOE acerca dos conceitos trigonométricos sob a intervenção do professor/pesquisador.

O questionário semiestruturado (APÊNDICE A), enquanto instrumento de produção de dados, se configurou em questões abertas e fechadas sobre os conceitos trigonométricos, as quais foram respondidas em sala de aula, sob a orientação do pesquisador. Junto com o questionário, atendendo as sugestões de Marconi e Lakatos (2017), apresentamos um texto explicando os propósitos desta pesquisa e sua relevância social.

Para explicarmos a relevância da observação participante, de acordo com Marconi e Lakatos (2017, p. 211), destacamos que essa técnica,

Consiste na participação real do pesquisador na comunidade ou grupo. Ele se incorpora ao grupo, confunde-se com ele. Fica tão próximo à comunidade quanto um membro do grupo que está estudando e participa das atividades normais deste.

Foi assim o nosso envolvimento com o grupo de estudantes investigados. Sempre levantávamos problematizações, discutíamos sobre o lógico histórico dos conceitos trigonométricos e também participávamos das atividades propostas.

Diante do que já discutimos neste estudo sobre AOE, esclarecemos que essa não representou apenas um princípio metodológico. Passamos a vê-la também, como já compreendido por Araújo (2015), como um instrumento de produção de dados, além da possibilidade de provocar o professor, o pesquisador, a refletir, produzir novos significados acerca do ensino da matemática, a levantar hipóteses e aprender a trabalhar na/com a coletividade, ao procurar soluções para as atividades desencadeadoras postas. Portanto, a AOE é “[...] um instrumento capaz de reunir informações sobre o fenômeno investigado [...], em função de sua estrutura e funcionamento.”. (ARAÚJO, 2015, p. 110).

Por que também apresentamos o pesquisador também como um instrumento de produção de dados? Para responder a essa pergunta, por corroborar as ideias de Freitas (2002, p. 29), é ela que nos responde:

A contextualização do pesquisador é também relevante: ele não é um ser humano genérico, mas um ser social, faz parte da investigação e leva para ela tudo aquilo que o constitui como um ser concreto em diálogo com o mundo em que vive. Suas análises são feitas a partir do lugar sócio-histórico no qual se situa e dependem das relações intersubjetivas que estabelece com os seus sujeitos. É nesse sentido que se pode dizer que o pesquisador é um dos principais instrumentos de pesquisa, porque se insere nela e a análise que faz depende de sua situação pessoal-social.

Assim, cumpre observamos que, no geral, todos os instrumentos e técnicas escolhidas nos possibilitaram a fazermos uma análise das reflexões e significados produzidos pelos alunos (no coletivo) sobre AOE como princípio metodológico na apropriação de conceitos trigonométricos.

3.6 O processo de análise de dados

Sobre o processo de análise de dados, tendo em vista a perspectiva teórica-metodológica adotada, já discutidas em outro momento, partindo do pressuposto marxista de

que "[...] a realidade na qual estamos inseridos não é algo dado *a priori*. Ela é algo que tem certa dinâmica por ser produzida histórica e culturalmente por meio da atividade humana, por meio do trabalho" (ARAÚJO, 2015, p. 100). Neste estudo, fizemos uso do "princípio explicativo" (VIGOSTKI, 2007), que parte dos pressupostos: explicar a realidade, e não nos prendermos às aparências, ou melhor, as descrições do fenômeno investigado; analisar o processo que no caso deste estudo, trata-se do movimento de apropriação dos conceitos trigonométricos mediados pela AOE, e não do objeto de estudo em si; não desprezarmos comportamento de objetos que, aparentemente, se apresentam cristalizados, fossilizados, havendo a necessidade de retornarmos às origens do seu desenvolvimento, da sua gênese.

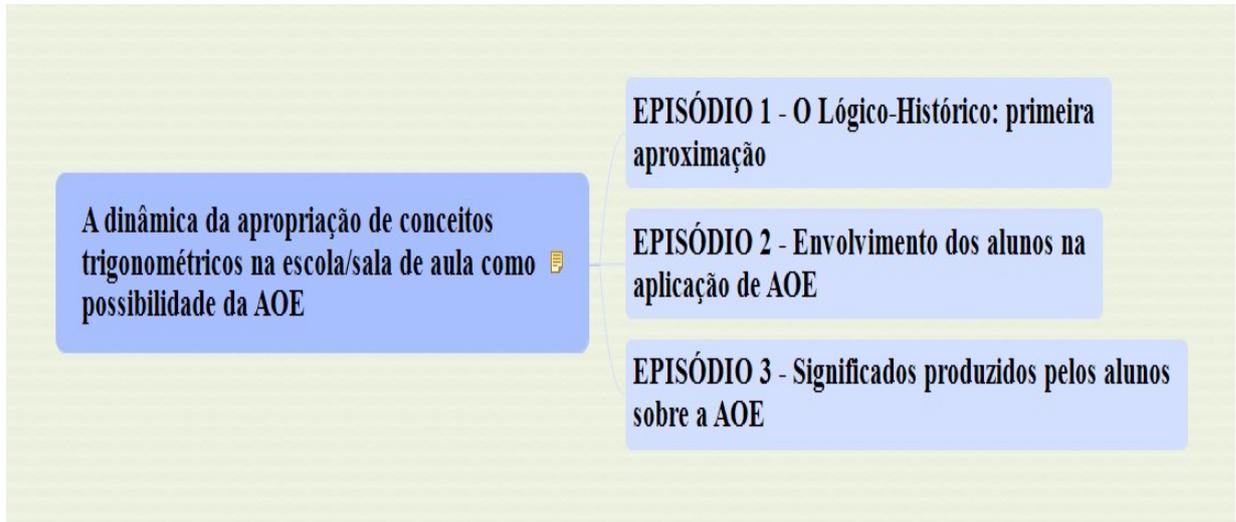
Como afirma Araújo (2015, p. 110), "assim considerado, significa que o processo de apropriação de conceitos matemáticos possui uma gênese, uma origem. Portanto, precisamos apreender essa gênese, pois somente assim compreenderemos o fenômeno na sua historicidade".

Dessa forma, inicialmente se propôs um estudo sobre o lógico histórico dos conceitos trigonométricos no Ensino Médio. Em seguida, apresentamos a AOE como princípio metodológico e propomos atividades desencadeadoras da aprendizagem, sob a intervenção do pesquisador. E, por último, analisamos as reflexões e significados produzidos pelos alunos (no coletivo) sobre a AOE no processo de apropriação dos conceitos aqui considerados.

E, para complementarmos o procedimento de análise dos dados, nos apoiamos na ideia de episódios de aprendizagem, proposta de Moura (1992), como afirmam Rodrigues e Sforzi (2010). Nas explicações de Araújo (2015, p. 113-114), os episódios são compreendidos como:

Momentos de interação [...] em que os conceitos matemáticos, aparentemente, se movimentavam, produzindo significações para os sujeitos, a partir do desenvolvimento das ações propostas [...] são as conversações e as ações que, aparentemente, revelam interdependência entre os elementos das ações formativas, ou melhor, as ações que contemplaram o planejamento desta pesquisa.

Na organização e seleção de dados empíricos desta pesquisa, nos deparamos com três "episódios de aprendizagem", assim distribuídos, conforme a Figura 10:

Figura 10 – Episódios de Aprendizagem

Fonte: O próprio autor (2019)

Apresentado o processo de análise, exibimos no Quadro 1 um esboço dos encontros/aulas e suas ações, data e carga horária, perfazendo um total de 10 horas/aula, proporcionados por esta pesquisa de campo.

Quadro 1 – Esboço dos encontros/aulas e suas ações, datas e carga horária da pesquisa de campo.

Encontros/ Aulas	Datas	Carga horária	Ações
1º	10/04/2019	2 horas	Estudo sobre o lógico-histórico dos conceitos trigonométricos
2º	17/04/2019	2 horas	Estudo sobre o lógico-histórico dos conceitos trigonométricos
3º	24/04/2019	2 horas	Aplicação da AOE - Cálculo da altura de grandes estruturas
4º	08/05/2019	2 horas	Aplicação da AOE - Descobrimo a distância usando os conceitos trigonométricos
5º	15/05/2019	2 horas	Significados produzidos pelos alunos sobre AOE (aplicação do questionário semiestruturado)

Fonte: O próprio autor (2019)

4 A DINÂMICA DA APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS NA ESCOLA/SALA DE AULA COMO POSSIBILIDADE DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

[...] os conhecimentos não se transmitem aos alunos em forma já pronta, senão adquiridos por eles no processo de atividade cognoscitiva autônoma na presença da situação problemática. (LEONTIEV, 1978; MOURA, 2013)

Diante do ambiente de aprendizagem matemática com o uso de AOE e por entendermos que, “[...] os conhecimentos não se transmitem aos alunos em forma já pronta”, como explicado por Leontiev e Moura, na epígrafe acima, nesta seção, apresentaremos os resultados e as discussões das análises dos dados, os quais se apresentam distribuídos em três episódios de aprendizagem, como já comentado anteriormente: O Lógico-Histórico, primeira aproximação; O envolvimento dos alunos na aplicação de AOE e Significados produzidos pelos alunos sobre AOE. Vale lembrar que, embora os dados tenham sido separados em episódios, não perdemos a ideia da totalidade, ou seja, do fenômeno investigado: situações de vivências e de desenvolvimento de AOE por alunos do Ensino Médio como possibilidade para apropriação de conceitos trigonométricos.

4.1 Episódio de Aprendizagem 1: O Lógico-Histórico: primeira aproximação

Para a construção das análises, selecionamos três episódios, sendo o primeiro nomeado de “O lógico-Histórico: primeira aproximação”. Proporcionamos, portanto, aos alunos o estudo do lógico-histórico dos conceitos trigonométricos. Para isso, foram realizados dois encontros em sala de aula nos dias 10 e 17/04/2019, totalizando 4 horas.

Desse modo, no dia **10/04**, iniciamos o primeiro encontro com a apresentação do professor/pesquisador e dos propósitos desta pesquisa, dando destaque aos objetivos, ao problema de pesquisa, ao objeto de estudo, à metodologia e ao cronograma. Assim, com o objetivo de possibilitar aos alunos noções gerais sobre os primórdios dos conceitos trigonométricos, foi solicitado que esses fizessem uma pesquisa (em grupos) sobre o lógico-histórico da trigonometria. Essa necessidade se justifica por entendermos, como já expusemos

na Seção 2, que a AOE, no geral, se manifesta em três momentos, sendo o lógico-histórico do conceito o primeiro deles.

Neste sentido, explicamos aos alunos que é comum em pesquisa que seja mantido o sigilo da identidade dos participantes. Dando continuidade à atividade, foi feito o estudo sobre o lógico-histórico dos conceitos trigonométricos (ou síntese histórica do conceito), bem como possíveis curiosidades a serem encontradas. Em outras palavras, o objetivo nessa primeira etapa, foi o de compreender a gênese de conceitos trigonométricos, isto é, qual é a essência desses conceitos. Pelo viés dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade, já que os signos numéricos não podem ser tomados soltos, buscamos estabelecer uma relação com os demais conceitos (nexos conceituais), de modo que os alunos pudessem se apropriar dos conceitos essenciais da trigonometria.

Feitas essas considerações, no encontro seguinte, **17/04**, solicitamos que os alunos, conforme grupos constituídos, socializassem sobre a atividade proposta no encontro anterior. Sobre essa socialização, fizemos uso do diário de campo, fazendo anotações e da observação participante, levantando problematizações e questionamentos no transcorrer da aula.

Durante a socialização da atividade proposta, surgiram diversos comentários e questionamentos sobre os conceitos trigonométricos, como podemos observar em algumas falas dos dados selecionados para esse primeiro episódio:

Não consegui entender nada professor, mas fiz o trabalho (Diário de Campo, Aluno 1).

Estou observando que esse assunto é bem difícil (Diário de Campo, Aluna 2).

Professor eu não vou conseguir entender e vou tirar nota baixa nas avaliações (Diário de Campo, Aluno 3).

Professor com a pesquisa pôde perceber a importância da trigonometria no nosso dia-a-dia (Observação Participante, Aluna 4).

Com esse trabalho sobre o lógico-histórico da trigonometria deu mais significado para eu entender o assunto (Observação Participante, Aluna 5).

Professor como os egípcios calculavam a altura das pirâmides? (Observação Participante, Aluno 6).

Como podemos calcular a altura de grandes edifícios? (Observação Participante, Aluna 7).

O que é seno, cosseno e tangente? Como podemos aplicar essas definições no nosso cotidiano? (Diário de Campo, Aluno 8).

Nas análises que fizemos desses dados e de outros que não foram mencionados aqui, nas conversas com os alunos, anotações no diário de campo e observação participante, a primeira constatação foi a de que esses alunos investigados não sabiam por onde começar demonstrando o medo de errar, revelando a concepção sobre a incapacidade de aprender matemática, bem como aceitar, inicialmente o desafio de fazer a pesquisa sobre o lógico-histórico dos conceitos trigonométricos.

Assim, a partir da intervenção do professor/pesquisador, questionando-os e ajudando-os a organizar as informações, a organizar o ensino da matemática, esta primeira reação foi sendo superada. A esse respeito, ou seja, desse momento, consideramos pertinente destacar dois pontos acerca do processo de aprendizagem dos discentes: o significado produzido por eles da incapacidade de aprender matemática e a importância da mediação do professor/pesquisador.

A título de ilustração, destacamos as falas dos Alunos 1, 2 e 3, ao externarem de forma explícita o significado desenvolvido por eles da incapacidade de aprender os conceitos trigonométricos: "não consegui entender nada professor, mas fiz o trabalho" (Aluno 1); "estou observando que esse assunto é bem difícil" (Aluna 2); "professor eu não vou conseguir entender e vou tirar nota baixa nas avaliações" (Aluno 3).

Em linhas gerais, observamos que a primeira reação foi de expressarem que não entendiam sobre o que estava sendo proposto. Já nas falas dos Alunos 4, 5, 6, 7 e 8, notamos existirem dúvidas, porém a curiosidade prevaleceu como revelam os depoimentos: "com a pesquisa pude perceber a importância da trigonometria no nosso dia a dia" (Aluna 4); "com esse trabalho sobre o lógico-histórico da trigonometria deu mais significado para eu entender o assunto" (Aluna 5); "como os egípcios calculavam a altura das pirâmides?" (Aluno 6); "como podemos calcular a altura de grandes edifícios?" (Aluna 7); "o que é seno, cosseno e tangente? Como podemos aplicar essas definições no nosso cotidiano?" (Aluno 8).

Com tal situação, percebemos, também, que houve um maior interesse por parte dos Alunos 4, 5, 6, 7 e 8, quando passaram a questionar, a problematizar sobre os conceitos, e a partir do entendimento conseguiram, de certa forma, produzir significados dos conceitos trabalhados.

A partir dessas constatações, recorrendo às contribuições de Sousa (2018, p. 41), assim, comenta essa autora:

Ao analisarmos o ensino atual de matemática, no Brasil, a partir da perspectiva histórico-cultural, podemos afirmar que, apesar de várias mudanças que vêm sendo propostas pelos pesquisadores da área da Educação Matemática, nas últimas décadas, especialmente, no campo da Didática, a organização da maioria das aulas de Matemática, tem priorizado o treinamento [...], uma vez que: 1) Em um primeiro momento, o professor mostra o conceito aos alunos; 2) Em seguida, demonstra o funcionamento deste conceito; 3) Depois, através de listas de exercícios, treina os alunos para que aprendam o conceito e 4) Por último, avalia através de provas se, os alunos aprenderam o conceito.

Por corroboramos das ideias de Sousa (2018), diante de vários comentários e dúvidas dos alunos, não nos deixemos cair na perspectiva do treinamento, mostrando diretamente aos alunos os conceitos. Assim, foi possível esclarecer gradativamente sobre as questões apresentadas durante esta pesquisa. Frente às dificuldades e dúvidas apresentadas pelos alunos, no encontro/aula do dia 17/04, por meio de slides, expusemos e discutimos sobre o lógico histórico dos conceitos trigonométricos.

Desse modo, partimos do pressuposto de que o conceito de trigonometria, a origem da trigonometria se deu a partir de necessidades concretas da humanidade. Ao resolver problemas práticos relacionados principalmente às navegações e à Astronomia, o homem passou a planejar e organizar situações, elaborando estratégias diversas para solucionar tais problemas. Aqui vale chamarmos atenção para a diferença do homem e da natureza, na perspectiva adotada neste estudo, como comenta Rego (2004, p. 96-97):

Apesar de fazer parte da natureza (é um ser natural, criado pela natureza e submetido às suas leis), o homem se diferencia dela na medida em que é capaz de transformá-la conscientemente segundo suas necessidades. [...] Dessa forma, a compreensão do ser humano implica necessariamente na compreensão de sua relação com a natureza, já que é nesta relação que o homem constrói e transforma a si mesmo e a própria natureza, criando novas condições para sua existência. É através do trabalho, uma atividade prática e consciente, que o homem atua sobre a natureza. [...] O homem é um ser social e histórico e é a satisfação de suas necessidades que o leva a trabalhar transformar a natureza, estabelecer relações com seus semelhantes, produzir conhecimentos, construir a sociedade e fazer história.

Deduzimos do pensamento de Rego (2004), que uma das bases para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos ou dos conceitos científicos no geral, são as necessidades que impactaram em experiências decorrentes do conhecimento prático, do

pensamento empírico (senso comum). Por esse viés, Roque (2012, p. 10), fala sobre a importância de se estudar o lógico-histórico dos conceitos matemáticos:

Estudar a matemática do passado apenas com a matemática de hoje em mente é uma postura que os historiadores atuais têm tido o cuidado de evitar. Para vencer os anacronismos, deve-se tentar mergulhar nos problemas que caracterizavam o pensamento de certa época em toda a sua complexidade, considerando os fatores científicos, mas também culturais, sociais e filosóficos. Só assim será possível vislumbrar os problemas e, portanto, o ambiente em que se definiram objetos, se inventaram métodos e se estabeleceram resultados.

Fica evidente que, como assinala a autora acima, “[...] deve-se tentar mergulhar nos problemas que caracterizavam o pensamento de certa época em toda a sua complexidade [...]”. Desta forma, como foi o caso desta pesquisa, os alunos irão agregar maior valor e significado aos conceitos trigonométricos. Assim, o trabalho e as intervenções do pesquisador desencadearam motivos que mobilizaram seus conhecimentos prévios para a solução das situações problema.

Entendemos, portanto, que os conceitos trigonométricos devem evidenciar aos alunos situações de significação (sentido e significado) cultural, destacando a sua relevância social. Porém, cabe à escola, ao professor, organizar o ensino de matemática de forma que proporcione aos alunos a apropriação dos conceitos matemáticos. Isso ficou evidenciado no final do encontro do dia 17/04, momento em que os alunos apresentaram suas impressões acerca do lógico-histórico da trigonometria.

Como diz Sousa (2018, p. 45),

[...] entender o lógico-histórico da vida significa compreender a relação existente entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas; a relatividade existente entre o pensamento humano e a realidade da vida, bem como compreender que tanto o lógico quanto o histórico da vida estão inseridos na lei universal, que é o movimento.

Desse modo, na avaliação que fizemos, no geral, os alunos passaram a compreender que a trigonometria, que relaciona as medidas dos lados de um triângulo com as medidas de seus ângulos, é de grande utilidade na medição de distâncias inacessíveis ao ser humano, como a altura de montanhas, torres e árvores, ou a largura de rios e lagos. Interessante ainda destacarmos que, a partir dessa aula e, ainda considerando a pesquisa que os alunos realizaram sobre o lógico histórico dos conceitos trigonométricos, esses apresentaram indícios

da discussão que fizemos, da tomada de consciência da necessidade da trigonometria no desenvolvimento de outras áreas: Engenharia, Acústica, Medicina, Astronomia e Música.

4.2 Episódio 2: Envolvimento dos alunos na aplicação de AOE

Este episódio refere-se aos encontros/aulas dos dias 24/04 e 08/05/2019. Como ações, optamos por desenvolver duas AOE, tendo como base duas situações desencadeadoras de aprendizagem a partir de duas histórias virtuais, sendo uma para cada AOE, denominadas, respectivamente, de "Cálculo da altura de grandes estruturas" e "Descobrimo a distância usando os conceitos trigonométricos".

A organização dessas atividades de ensino contemplou os pressupostos teórico-metodológico da AOE e, evidentemente, os da perspectiva histórico-cultural/teoria da atividade: lógico-histórico, necessidade do conceito e interação entre os alunos; a mediação professor/pesquisador e aluno.

Vale enfatizarmos que as situações desencadeadoras de aprendizagem foram elaboradas pelo próprio pesquisador desta investigação, como uma forma de trabalhar os conceitos fundamentais de trigonometria. Constituem histórias virtuais do conceito, porque buscam recuperar o modo de produção dos conceitos fundamentais explorados pelo homem.

Desse modo, a expectativa era a de que a necessidade apresentada na história virtual, vivenciada pelos personagens, fosse compartilhada pelo coletivo, por meio da orientação do professor/pesquisador. Sabemos que a atividade do professor consiste, pois, na organização do ensino de modo a articular teoria e prática (MOURA et al, 2010).

A título de esclarecimentos, por exemplo, a necessidade apresentada na história virtual da AOE "Cálculo da altura de grandes estruturas" (Quadro 2) consiste na reprodução de como o homem histórico e socialmente, no que concerne a encontrar o valor da distância e da altura de lugares inacessíveis, encontrou estratégias para solucioná-los. Neste processo de apropriação das formas culturais, os estudantes realizam “uma atividade que de uma ou outra forma correspondente à atividade humana historicamente objetivada e incorporada” (DAVÍDOV, 1988, p. 73) na própria cultura.

Dentre os problemas que o homem vivenciou, desde os primórdios, havia “a necessidade de controlar as variações de dimensões com as quais se defronta(va) ao delimitar seu espaço físico para morar e produzir” (LANNER DE MOURA, 1995, p. 54).

Nesse sentido, no contexto da história virtual em análise, a necessidade que se configura consiste em realizar a contagem das grandezas discretas e a medição das grandezas

contínuas de modo mais compreensível, principalmente quando se trata de grandes valores, para os quais a contagem um a um torna-se insuficiente ou extremamente trabalhosa. Em síntese, a história virtual apresenta, em seu contexto, elementos de carácter imaginativo que, por meio deles, desenvolve nos estudantes o desenvolvimento psíquico/cognitivo, em distintos níveis de significação.

Assim, no terceiro encontro, realizado no dia **24/04**, foi aplicada a primeira AOE (Quadro 2), em que a história virtual associada ao problema foi a chaminé (Figura 11) desativada, nas dependências da escola. Na construção desta AOE, nos valem de situação do cotidiano para indagarmos aos alunos sobre como eles poderiam descobrir a altura desse monumento (a chaminé) usando conceitos trigonométricos.

Quadro 2 – AOE – Cálculo da altura de grandes estruturas.

Durante um trabalho, aplicado pela professora Joana, sobre a história do colégio CETI Aluísio Azevedo, foi despertada a curiosidade dos alunos Carlos, Débora e Wenderson. Esses alunos observaram que, nas dependências do colégio, existia uma grande chaminé (Figura 11), que estava abandonada na parte de traz do terreno e ficaram imaginando qual seria sua altura. Eles se reuniram para tentar encontrar uma maneira de fazer este cálculo, e pensaram então em algumas maneiras para descobrir a altura, mas não obtiveram sucesso. Carlos pensou em medir usando uma fita métrica, mas Débora achou perigoso, devido à altura. Débora teve a ideia de empinar uma pipa e fazer com que a mesma ficasse presa no topo da chaminé, para depois medir o comprimento da linha usada, no entanto o uso desse procedimento não é permitido nas dependências da escola. Wenderson, bastante curioso, usou o auxílio da internet para pesquisar sobre como medir a altura de grandes estruturas e com isso teve o primeiro contato com os conceitos trigonométricos, porém não conseguiu interpretar esses conceitos. Com o resultado desta pesquisa, os três alunos decidiram fazer um estudo sobre como calcular grandes alturas e com isso surgiram diversos questionamentos. Como podemos usar os conceitos trigonométricos para descobrir a altura? Como os egípcios calculavam a altura das pirâmides?

Fonte: o próprio autor (2019)

Figura 11 – Chaminé - único resquício da monumental fábrica União.



Fonte : Disponível em: <https://eziquio.wordpress.com/tag/aluisio-azevedo/>. Acesso em: 10 ago. 2019.

Especificamente sobre essa primeira AOE, o problema desencadeador refere-se à determinação de calcular a altura de grandes estruturas. Carlos, o primeiro personagem, pensa em uma possibilidade usando fita métrica. Este procedimento tornou-se insuficiente porque há, no rolo, uma grande quantidade de fita, e a contagem um a um gerou dificuldades, o que tornou insuficiente tal processo.

Por sua vez, Débora, a segunda personagem, teve a ideia de empinar uma pipa e fazer com que a mesma ficasse presa no topo da chaminé, para depois medir o comprimento da linha usada. No entanto, o uso desse procedimento não é permitido nas dependências da escola. Por sua vez, Wenderson, o terceiro personagem, bastante curioso, usou o auxílio da internet para pesquisar sobre como medir a altura de grandes estruturas, onde o resultado foi satisfatório, porém no desenvolvimento da pesquisa surgiram dúvidas que o aluno não soube interpretar.

A sugestão é que tal necessidade seja vivenciada pelos estudantes, para que eles comecem a ter uma noção de como calcular essa altura. Desse modo, no desenvolvimento de seus cálculos, usando conceitos trigonométricos, problematiza-se para os alunos “[...] o

controle de variações de tamanho, dando-lhe a possibilidade de significar culturalmente as suas ações de medir” (LANNER DE MOURA, 1995, p. 54).

Diante da primeira AOE, apresentada aos alunos, foi possível observarmos que, por meio da história virtual apresentada, esses demonstraram grande interesse em descobrir a altura da chaminé. Como explica Moura (2010, p. 116),

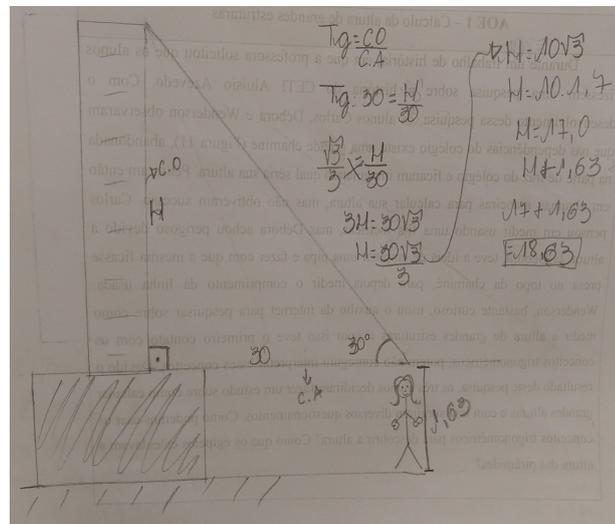
Esse modo de conceber o ensino pressupõe também que seja criada nos estudantes a necessidade de se apropriar de conceitos, o que se concretiza na situação desencadeadora de aprendizagem. O objetivo principal desta é proporcionar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas em busca de solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem – a apropriação dos conhecimentos.

Assim, por parte dos alunos surgiram algumas estratégias para descobrir a altura da chaminé. Mediante a pesquisa e a socialização do professor/pesquisador a respeito do lógico-histórico, os alunos pensaram no conceito da tangente, que tinha a ideia associada à sombra projetada por uma vara colocada na horizontal, em que a variação na elevação do Sol causava uma variação no ângulo que os raios solares formavam com a vara e, portanto, modificava o tamanho da sombra.

Com isso, a Aluna 7 (Figura 12) e o Aluno 12 (Figura 13) partiram dessa ideia para resolver esse problema. Eles pensaram na hipótese de sua distância, fazendo uma simulação, até a chaminé como sendo um dos lados de um triângulo retângulo (cateto adjacente) e a altura dessa chaminé (cateto oposto). Desse modo, chegaram ao ângulo, ao olhar para o topo da chaminé. Aqui os alunos empregaram os ângulos fundamentais (30° , 45° e 60°), já apropriados por eles.

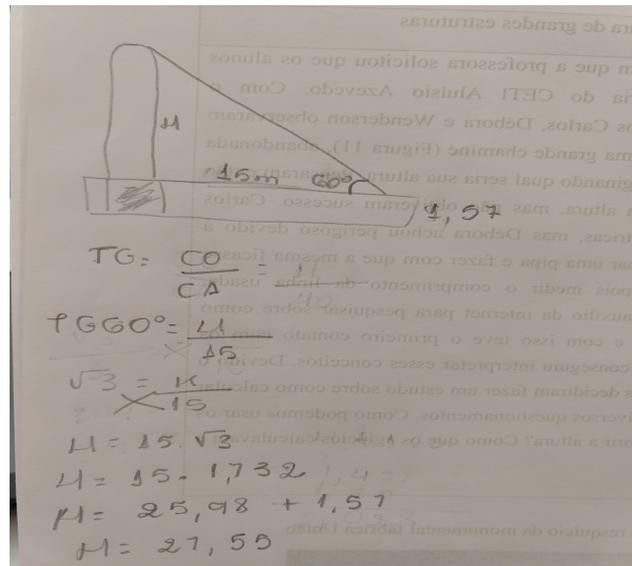
Desse modo, como resultado final do cálculo, adicionaram a altura do observador para descobrirem uma possível resposta. Para isso, tiveram que adotar ângulos e distâncias diferentes. Dessa forma, tomando como base a aplicação do conceito da tangente no triângulo retângulo, os alunos encontraram as respostas, como descritas nas Figuras 12 e 13 a seguir:

Figura 12 – Resposta da Aluna 7



Fonte: O próprio autor (2019)

Figura 13 – Resposta do Aluno 12



Fonte: O próprio autor (2019)

Nas respostas dos alunos, observamos que a simulação feita por eles gerou resultados diferentes. Após essa simulação, o professor/pesquisador fez a intervenção, mostrando a eles que os procedimentos foram usados corretamente, porém os valores não (como é o caso do ângulo adotado e a distância do observador a chaminé). Na verdade, para determinar as medidas corretas da distância e do ângulo formado seria necessário o auxílio de equipamentos, a exemplo da trena e do teodolito.

Assim, por meio dessa AOE foi possível relembrar os conceitos trigonométricos do 1º ano do Ensino Médio e, conseqüentemente, proporcionar uma maior apropriação desses conceitos por parte dos alunos. Isso vai ao encontro das ideias de Moura (2010, p. 118), ao afirmar que:

[...] sujeitos, mobilizados a partir do movimento de desenvolvimento da situação desencadeadora, interagem com os outros segundo as suas potencialidades e visam chegar a outro nível de compreensão do conceito em movimento. Além disso, o modo de ir se aproximando do conceito também vai dotando o sujeito de uma qualidade nova, ao ter que resolver problemas, pois, além de ter aprendido um conteúdo novo, também adquiriu um modo de se apropriar de conteúdos de um modo geral.

No quarto encontro, realizado no dia **08/05**, foi aplicada a segunda AOE (Quadro 3), em que a história virtual associada ao problema desencadeador se refere à distância dos locais onde aconteceram os jogos escolares do estado do Maranhão, como mostrado na Figura 14. Nessa AOE, partimos de situações do cotidiano dos alunos sobre como eles poderiam descobrir a distância entre esses locais, tendo como base os conceitos trigonométricos.

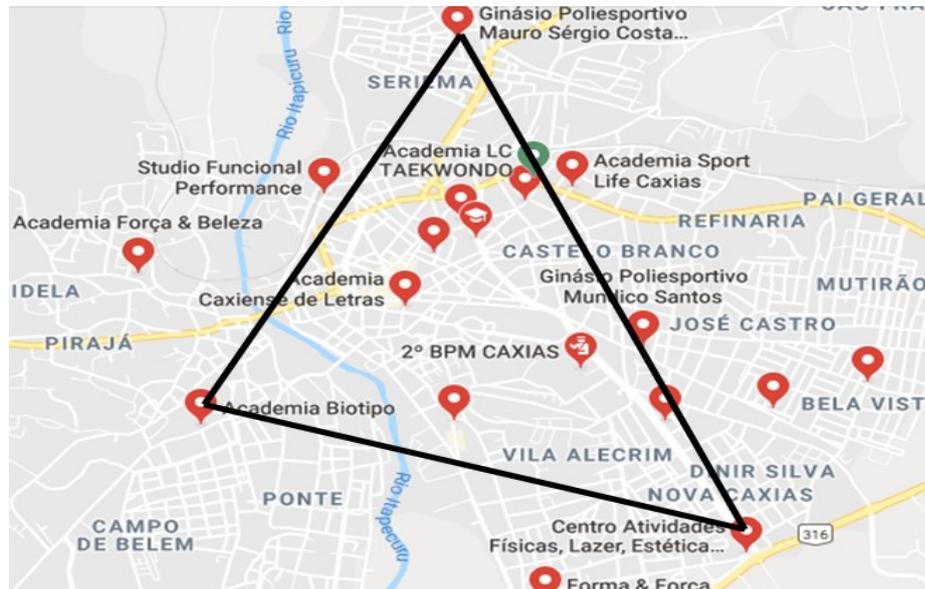
Quadro 3 – AOE 2 – Descobrimo a distância usando os conceitos trigonométricos

A cidade de Caxias – MA foi escolhida pela Secretaria de Educação do Estado do Maranhão para sediar os jogos escolares do estado. Como será sede dos jogos, a seleção caxiense de futsal já está automaticamente classificada. Os jogos ocorrerão entre os dias 03 de junho a 03 de julho de 2019. A partida de abertura ocorrerá no Ginásio Poliesportivo Mauro Sergio Costa, localizado no bairro Seriema, enquanto a partida final será realizada no Centro de Atividades Físicas e Lazer, localizado no bairro Nova Caxias.

Luciana mora no bairro Ponte e planeja ir de bicicleta para ver a partida de abertura, assistir outro jogo na Academia Biotipo, localizada no bairro Ponte, e ir à partida final. Como costuma andar de bicicleta na cidade, ela sabe a distância entre alguns bairros. Entre Ponte e Nova Caxias são 2100 metros; entre Nova Caxias e Seriema são 500 metros. Diante dessa situação, levantamos o problema desencadeador: Qual é a distância entre os bairros Ponte e Seriema, considerando que o ângulo formado pelos bairros Ponte - Nova Caxias – Seriema é de 30º? Expliquem como vocês chegaram a solução "matematicamente" correta.

Fonte: O próprio autor (2019)

Figura 14 – Distância entre os locais de jogos



Fonte: O próprio autor (2019)

Na segunda AOE, apresentada aos alunos, intitulada Descobrimos a distância usando os conceitos trigonométricos, vimos que a história virtual trata de uma situação ocorrida na cidade de Caxias/MA. No desenvolvimento dessa AOE, foi possível notarmos, a partir das nossas observações, intervenções e registros no Diário de Campo, algumas interpretações por parte dos alunos, com o intuito de descobrirem a distância procurada. No entanto, alguns desses alunos pensaram em adotar de imediato as definições trigonométricas no triângulo retângulo, o que não era o procedimento correto, conforme o estudo que foi possibilitado sobre o lógico histórico dos conceitos trigonométricos.

Assim, tomando como exemplo os Alunos 8 e 10, respectivamente Figuras 15 e 16, esses perceberam que o triângulo formado poderia não ser retângulo. Logo, foram pesquisar sobre os conceitos trigonométricos em triângulos quaisquer.

Mediante a pesquisa, tiveram o primeiro contato com a lei dos cossenos e a lei dos senos e, assim, puderam constatar que, para se encontrar o resultado desejado, eles teriam que aplicar a lei dos cossenos. Partindo desse entendimento, recorreram à lei dos cossenos, como explicitado nas Figuras 15 e 16:

Figura 15 – Resposta do Aluno 8

Diagram: Triangle with vertices G, N, and C. Side GN = 500m, side NC = 200m, angle at N = 30°. Side GC = x.

	30	45	60
Sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$
 $x^2 = 500^2 + 200^2 - 2 \cdot 500 \cdot 200 \cdot \cos 30^\circ$
 $x^2 = 250.000 + 40.000 - 1.800.000$
 $x^2 = 2.854.000$
 $x = 1.689,37$

Fonte: O próprio autor (2019)

Figura 16 – Resposta do Aluno 10

$\cos: a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$
 $x^2 = 2100^2 + 500^2 - 2 \cdot 2100 \cdot 500 \cdot \cos 30^\circ$
 $x^2 = 4.410.000 + 250.000 - 1.050.000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $x^2 = 4.660.000 - 1.050.000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $x^2 = 4.660.000 - 1.785.000$
 $x^2 = 2.875.000$
 $x = \sqrt{2.875.000}$
 $x = 1695,58 \text{ m}$

Fonte: O próprio autor (2019)

Analisando o desenvolvimento da situação problema, apresentada pelos Alunos 8 e 10, percebemos respostas diferentes, embora as estratégias de resolução tenham sido as mesmas, o que no nosso entender caracteriza algum erro no desenvolvimento dos cálculos. Além disso, observamos que os resultados são aproximados. Diante dessa problemática, em conformidade com os pressupostos da AOE e por entendermos que não basta solicitar dos alunos a resposta correta, mas, sobretudo, mediar o processo ensino e aprendizagem, levantamos problematizações a fim de que eles chegassem à resposta correta ou que, como dizem Fraga *et al* (2012, p. 4), essas respostas "[...] direcionem-se a resultados que coincidam com aqueles que a humanidade, ao longo da história, instituiu como correto".

É interessante trazer para essa discussão e análise, as contribuições teóricas dos PCN/Matemática (BRASIL, 1998, p. 111):

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

Assim, no decorrer da resolução dos problemas desencadeadores, ficou evidente que “[...] o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações [...], tirar conclusões próprias, tomar decisões [...]”, como explicitado nos PCN/Matemática, favorecem à apropriação de conceitos matemáticos. Eis aí a necessidade de se refletir sobre as fragilidades dos métodos alternativos, por consequência dos diferentes resultados que vêm sendo obtidos no coletivo de uma sala de aula.

Ao analisarmos essas situações, entendemos que as dúvidas apresentadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos, poderiam ser solucionadas se o professor tomasse consciência de que o seu papel é o de mediador e organizador do ensino (MOURA, 1991). Precisamos entender, nessa perspectiva, que as limitações frente à resolução de problemas matemáticos, possibilitaram a reflexão das fragilidades vivenciadas pelas civilizações.

Foi a partir das dificuldades de comunicação enfrentadas pelos povos que surgiu a necessidade de fazer o estudo dos conceitos trigonométricos, em que, como citado pelos PCN\Matemática (BRASIL, 1998, p. 122), “[...] o que deve ser assegurado são as aplicações

da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial, o cálculo de distâncias inacessíveis [...]”.

Vale lembrarmos, em conformidade com os pressupostos da Teoria da Atividade, que toda atividade é decorrente de uma necessidade imposta pela vida social do homem, o que leva ao desenvolvimento do ímpeto pela busca por soluções. A atividade oportunizou a humanidade atingir o alto nível de elaboração e produção conceitual como o que temos contemporaneamente. São movimentos cíclicos em que, em uma dada situação inicial, o homem observa em seu entorno e constata o nível caótico em que se encontra. Na busca pela superação dos problemas que o afligem, ele desenvolve abstrações que o possibilitam sair do nível caótico (concreto ponto de partida) para seguir em direção ao concreto ponto de chegada (o conceito materializado).

Retomando à discussão e análise dos dados produzidos neste episódio, enfatizamos que, no decorrer da resolução do problema desencadeador, foram registrados os momentos em que os alunos pesquisados interagiam entre si, como podemos observar na Figura 17.

Figura 17 – Momentos de interação entre os alunos no desenvolvimento das AOE



Fonte: O próprio autor (2019)

Essas imagens e por considerarmos, sobretudo, a nossa experiência e vivência com a AOE no desenvolvimento desta pesquisa, nos possibilitaram compreender que, na verdade, é "[...] no movimento do social ao individual que se dá a apropriação de conceitos e significações, ou seja, que se dá a apropriação da experiência social da humanidade" (MOURA *et al.*, 2010).

No entanto, para materializarmos esse momento social, uma maneira alternativa para fazer a demonstração desses conceitos, foi a de levarmos os alunos ao laboratório de matemática e com a mediação de materiais concretos: trena e teodolito, trabalhamos, por exemplo, as relações trigonométricas no triângulo retângulo, por meio de semelhança de triângulos. Isso foi relevante, principalmente em decorrência das problematizações das demonstrações. Enfim, eis aí a necessidade de se criar nos ambientes escolares, não só como momento de interação e de negociação de significados entre professor/pesquisador e alunos, mas como uma oportunidade de reflexão e de organizador da reestruturação da própria atividade (neste caso, da AOE).

4.3 Episódio 3: Significados produzidos pelos alunos sobre a AOE

No quinto e último encontro, realizado dia 15/05/2019, solicitamos aos alunos investigados que respondessem o questionário semiestruturado (APÊNDICE A) a fim de analisarmos as reflexões e significados produzidos por eles (no coletivo) sobre a AOE como princípio metodológico na apropriação de conceitos trigonométricos. Para isso, partimos da máxima de Davíдов (1998, p. 150) de que o concreto se manifesta duas vezes “[...] como ponto de partida da contemplação e da representação, reelaborada no conceito, e como resultado mental da reunião das abstrações”. Na verdade, o movimento do concreto sensorial ao abstrato, e desde ao concreto síntese, consiste no movimento do pensamento teórico.

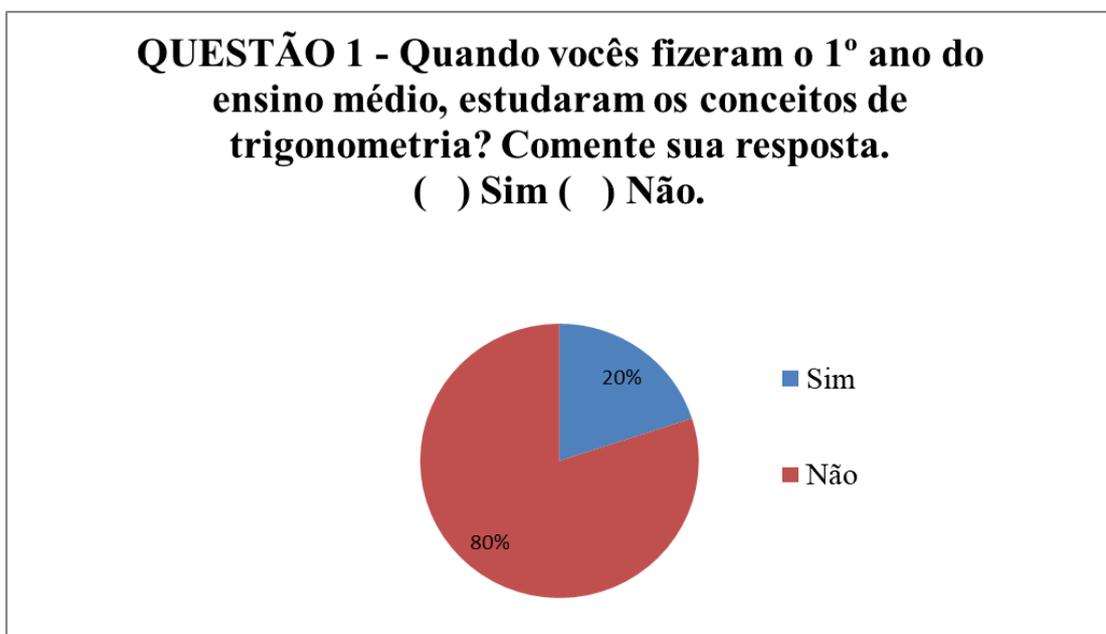
Não podemos deixar de considerar que as AOE trouxeram implicações significativas para a aprendizagem dos alunos e para a sua própria reelaboração conceitual como o reconhecimento da importância da construção coletiva das soluções propostas pela atividade de ensino. Sabemos, portanto, que o ensino que esses alunos tiveram, muitas vezes desconectado da compreensão, contribuiu para a determinação do saber operacional, do saber prático, do pensamento empírico, em detrimento do saber pensar o conceito, do pensamento teórico, o que implica na memorização, na não produção de significações, como defendida pela Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade e da AOE, gerando pensamentos e conhecimentos matemáticos fragmentados do conceito.

Feitas as considerações, neste episódio, após constatarmos divergências nas soluções apresentadas pelos alunos, buscamos orientá-los, no coletivo, a fim de que as respostas, ou melhor, os resultados atendessem à perspectiva do lógico histórico dos conceitos trigonométricos, da AOE, como comentado anteriormente, coincidisse, de certa forma, com aqueles que a humanidade, ao longo da história da matemática e das necessidades, o homem instituiu como matematicamente corretos. Após essa reflexão sobre as AOE, aplicamos o questionário semiestruturado com 5 questões, com duração de 50 minutos (1 hora/aula), envolvendo a participação de 15 alunos. Vale ressaltarmos que, para a efetivação da aplicação desse questionário, foram empregados os recursos: grafite, caneta preta e/ou azul e o questionário impresso.

De posse dos dados apreendidos por intermédio do questionário, passamos a apresentar os resultados e análises dos dados produzidos, separadamente, por questão.

Sobre a Questão 1 - Quando vocês fizeram o 1º ano do ensino médio, estudaram os conceitos de trigonometria? Comente sua resposta. () Sim () Não, parte dos dados produzidos aparecem na Figura 18:

Figura 18 - Respostas à Questão 1 do Questionário Semiestruturado



Fonte: O próprio autor (2019)

Podemos observar que, no 1º ano do Ensino Médio houve uma fragilidade em relação ao planejamento anual pois não foram trabalhados os conceitos básicos de trigonometria. A

maioria dos alunos entrevistados, 80%, assinalou a alternativa "NÃO. Esses alunos relataram que sentiram a ausência desses conceitos, o que pode ser constatado nos comentários:

Não, porque tínhamos um pouco de dificuldade em outros conteúdos, então acabou atrasando o planejamento do ano letivo. (Aluno 1)

Não, porque não deu tempo de estudar o livro todo. (Aluna 4)

Não chegamos a ver este conteúdo no 1º ano do ensino médio, mas chegamos a ver no 9º ano do ensino fundamental. (Aluno 6)

Não, porque o antigo professor não passou o assunto. (Aluno 10)

Não, porque ficamos muito atrasados em relação ao conteúdo. (Aluno 15)

Em linhas gerais, vemos que, somente 20% dos alunos que participaram desta pesquisa, o que corresponde a 3 deles, tiveram noções de conceitos trigonométricos no 1º ano do Ensino Médio, ao assinalarem a alternativa "SIM". Analisando os comentários desses alunos, a título de ilustração, destacamos apenas os Alunos 5 e 7, os quais revelam a importância e interesse de se estudar tais conceitos: "o assunto de trigonometria é bastante interessante (Aluna 7) [...] Foi um dos maiores temas que mais aprendi e um dos que mais gostei (Aluna 5)".

Isto posto, concluímos que, essa fragilidade no 1º ano do ensino médio, como foi relatada pelos Alunos 1, 4, 6, 10 e 15, interfere no processo ensino e aprendizagem da Matemática, criando, assim, dificuldades de aprendizagem nas séries posteriores do ensino médio acerca da trigonometria e de seus nexos conceituais. Entendemos que isso é consequência da prática pedagógica do professor de Matemática da Educação Básica por ser respaldada na racionalidade técnica, em que os conceitos são desprovidos de significados e há a supremacia da memorização, como comenta Pais (2006, p. 62):

Exigir a memorização inexpressiva, sem que o aluno nada compreenda, parece ser uma estratégia inadequada para expandir significado da educação escolar. [...] Desenvolver um trabalho de compreensão em nível da educação básica não se trata de enveredar somente pelos caminhos das demonstrações ou do raciocínio lógico dedutivo, tal como se faz no território científico da Matemática, nem de apenas verificar a validade de regras, testando alguns

casos particulares. Na prática, esse trabalho se faz em função do nível cognitivo do aluno.

Especificamente sobre a Questão 2, buscamos conhecer por parte dos alunos investigados, os significados produzidos sobre a trigonometria a partir do estudo do lógico-histórico desse conceito. Para tanto, foi assim elaborada: Diante da metodologia apresentada (o lógico histórico), vocês conseguiram compreender a necessidade de estudar os conceitos trigonométricos? Por quê? A título de exemplificação e análise, destacamos as falas:

Sim. Percebemos que nós precisamos desse assunto, pois ele ajuda no nosso cotidiano. (Aluna 5)

Sim. Isso ajuda a sabermos resolver situações do dia a dia. (Aluno 10)

Sim. Por meio dela podemos descobrir a altura de determinada estrutura. (Aluno 12)

Ao analisarmos essas falas, sobretudo quando os alunos afirmam: "Percebemos que nós precisamos desse assunto, pois ele ajuda no nosso cotidiano"(Aluna 5); "Isso ajuda a sabermos resolver situações do dia a dia" (Aluno 10), observamos que o estudo sobre o lógico-histórico dos conceitos trigonométricos possibilitou a esses alunos, assim também como aos demais, levando em conta as observações com intervenção que realizamos em sala de aula, que essa metodologia possibilitou uma primeira aproximação com a trigonometria. De certa forma, mostraram envolvimento com o lógico-histórico, uma vez que desenvolveram significados às diversas situações possibilitadas por esta pesquisa.

Com relação à Questão 3, como mostrado na Figura 19, todos os alunos investigados, ou seja, os 15 alunos, responderam que o lógico-histórico medeia o ensino e aprendizagem dos conceitos trigonométricos pois, como eles mesmos declararam:

Com essa forma de trabalhar a matemática, compreendemos de uma forma dinâmica esse conceito. (Aluno 3)

Porque já temos uma noção de que iremos estudar, temos um conhecimento amplo desde o começo. (Aluna 4)

*Porque é mais dinâmico e compreensivo. (Aluna 5)
Nos ajuda a raciocinar e a interpretar e compreender como surgiu a trigonometria. (Aluno 6)*

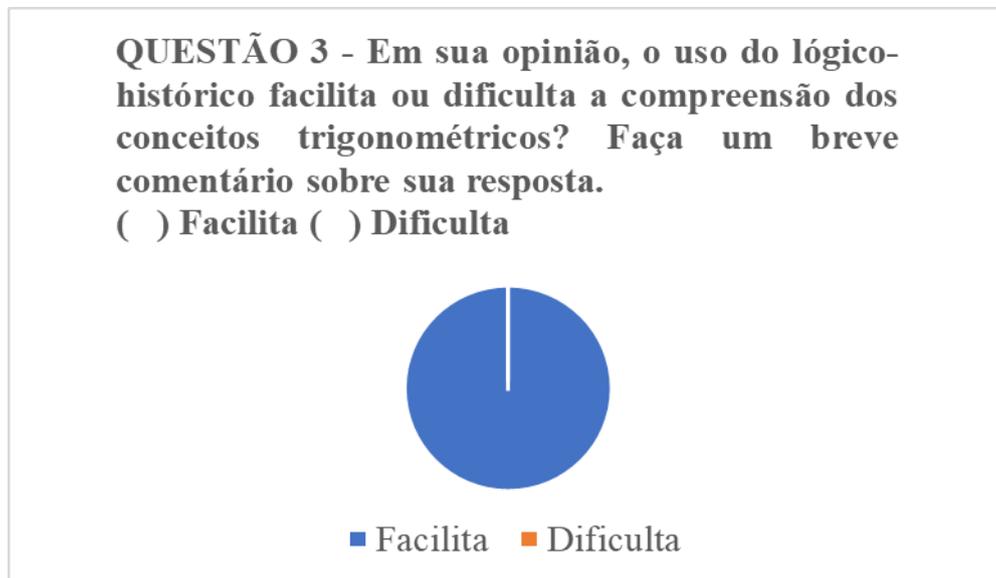
Porque ele nos ajuda a se aprofundar mais no assunto absorvido. (Aluna 7)

Simplesmente por serem questões que vemos no nosso cotidiano. (Aluno 8)

Porque é coisas do dia a dia que facilita o entendimento. (Aluno 11)

Pois através de situações do dia a dia facilita a compreensão. (Aluno 15)

Figura 19 - Respostas à Questão 3 do Questionário Semiestruturado



Fonte: O próprio autor (2019)

A análise dessas respostas manifestadas pelos alunos, provindas do questionário, muito nos chamou atenção sobre a relevância didática do movimento lógico-histórico na apropriação dos conceitos matemáticos, uma vez que se trata de uma perspectiva metodológica que se contrapõe àquelas tradicionais em que, como diz Araújo (2015, p. 53), colocamos os alunos diante de “[...] ações e/ou tarefas de caráter prático utilitário, como por exemplo, utilizando fita métrica, balança (digital ou analógica), lendo medidas, fazendo anotações [...] como aparecem nos livros didáticos”.

Diante do exposto, em linhas gerais, entendemos que esses alunos ao afirmarem, por exemplo, "com essa forma de trabalhar a matemática, compreendemos de uma forma dinâmica esse conceito" (Aluno 3); "[...] já temos uma noção de que iremos estudar, temos um conhecimento amplo desde o começo" (Aluna 4); “[...] é mais dinâmico e compreensivo”

(Aluna 5), passaram a produzir significados e sentidos acerca da trigonometria. Aí está a relevância do movimento lógico-histórico. Através desse princípio metodológico, os alunos vão além do aspecto operatório, além das definições, pois compreendem "como", "por que" e "em que circunstâncias surgiram os conceitos".

Assim, a partir dessas compreensões sobre o lógico histórico na aprendizagem matemática, na Questão 4 - Na sua perspectiva, a utilização da AOE na explanação de conceitos matemáticos, é uma metodologia que os professores poderiam adotar para o entendimento dos conceitos? -, nosso olhar incidiu sobre os significados desenvolvidos sobre a AOE enquanto princípio metodológico. Como comentado no referencial teórico deste estudo, o lógico histórico corresponde à primeira etapa do desenvolvimento desse princípio metodológico.

Assim, como respostas à Questão 4, todos os alunos que responderam o Questionário, foram unânimes ao afirmarem que a AOE, na explanação de conceitos matemáticos, é uma metodologia que os professores deveriam adotar para orientar o entendimento dos conceitos matemáticos. Além disso, ainda sobre essa mesma questão, os alunos explicitaram que:

Pois seria uma grande ajuda. (Aluno 11)

Porque facilita a compreensão dos conceitos trigonométricos. (Aluna 5)

Pois nos ajudaria a estudar um assunto que ainda não vimos. (Aluno 13)

Porque facilitaria nosso entendimento. (Aluno 1)

Para aplicar uma didática diferente. (Aluna 7)

Facilita e explica bem mais fácil. (Aluno 15)

Sem dúvida, deixa a aula mais dinâmica. (Aluno 12)

Sobre a análise dos dados produzidos a partir dessa pergunta, constatamos que a utilização da AOE enquanto recurso didático nas aulas de matemática, possibilitou aos alunos uma melhor compreensão e produção de sentidos dos conceitos trigonométricos, uma vez que foram unânimes ao afirmarem que passaram a entender a AOE como uma metodologia que os professores poderiam adotar para apropriação dos conceitos matemáticos.

Isto posto, para finalizarmos a análise dos dados produzidos a partir do questionário semiestruturado, na Questão 5, a saber: Por meio da história virtual, na aplicação das AOE,

vocês ficaram mais motivados a aprender esses conceitos? Por quê? Mais uma vez, os alunos foram unânimes, respondendo que sim. Além disso, relataram sobre a facilidade de interpretação da história virtual e das situações desencadeadoras de aprendizagem, constantes nas AOE 1 e 2, respectivamente, "Cálculo da altura de grandes estruturas" e "Descobrimos a distância usando os conceitos trigonométricos".

Observamos que, quando são desafiados pela curiosidade, as situações desencadeadoras de aprendizagem se tornam dinâmicas, desafiadoras e produtoras de sentido para os alunos. Sobre esse episódio, é pertinente chamarmos atenção para as reflexões dos alunos: "[...] temos mais facilidade de aprender usando uma história virtual do nosso cotidiano" (Aluna 7); "[...] interessante a maneira como eles calculavam a altura" (Aluno 3); "[...] é um modo diferente de ensinar, não aquela coisa chata de só atividade no quadro" (Aluna 2); "[...] o assunto se tornou interessante e divertido" (Aluno 10); "melhora a compreensão" (Aluno 9); "me fez descobrir coisas sobre minha própria cidade" (Aluno 3); "porque falava sobre a escola e sobre Caxias, em que ficamos mais curiosos para aprender o assunto" (Aluna 4); "[...] ajuda a tornar o assunto mais interessante e nos motiva a querer aprender o assunto" (Aluno 13).

Essas reflexões denotam as potencialidades da AOE, sendo ela um recurso mediador, um instrumento de aprendizagem tanto para os alunos quanto para o professor e por que não dizer para o pesquisador. Nos textos das AOE, optamos por situações que dirigissem os alunos à necessidade de se trabalhar com o lógico histórico e com questões do seu cotidiano, da necessidade de se pensar em ferramentas e estratégias como assim fez o homem no seu processo de desenvolvimento psíquico, no processo de desenvolvimento de sua consciência. Como pontua Sforzi (2004, p. 136), outra potencialidade da AOE é a de possibilitar um ensino que traga "[...] a reflexão como elemento básico, não se ocupa apenas de transmissão de conteúdo, mas de método para a aquisição de conhecimentos". Esse entendimento da autora vai ao encontro do que encontramos nos PCN/Matemática (BRASIL, 1998, p. 113):

A maneira como se organizam as atividades e a sala de aula, a escolha de materiais didáticos apropriados e a metodologia de ensino é que poderão permitir o trabalho simultâneo dos conteúdos e competências. Se o professor insistir em cumprir programas extensos, com conteúdos sem significado e fragmentados, transmitindo-os de uma única maneira a alunos que apenas ouvem e repetem, sem dúvida as competências estarão fora de alcance.

Para Rodrigues e Sforzi (2010, p. 552), há sempre a necessidade de se redimensionar as ações da nossa atividade pedagógica. "Cabe destacar que essa é mais uma das características da atividade orientadora de ensino". Assim, as reflexões dos alunos e as contribuições teóricas dos autores dos PCN/Matemática confrontadas neste episódio nos provocaram, enquanto professor, confirmando com o que revelam as pesquisas e estudos que permearam a fundamentação teórica e metodológica desta investigação, que os professores reflitam, produzam novos significados e motivos acerca de sua atividade pedagógica, passando, portanto, a compreenderem os conceitos científicos matemáticos como conhecimentos produzidos pelo homem, pela humanidade a partir de suas necessidades. Acreditamos que eis o caminho como possibilidade para que ocorra a apropriação de conceitos matemáticos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

"[...] Mestre é aquele que de repente aprende, aquele que muito aprende, porque o de repente é quase sempre." (ARAÚJO; MOURA, 2008, p. 85).

Esta presente seção se concretiza como o momento de sintetizarmos nossas reflexões, aquilo que como tão bem dizem Araújo e Moura, na epígrafe acima, que de repente aprendemos, que muito aprendemos nesta pesquisa. Assim, considerando o contexto, e diante de inquietações voltadas ao aluno, o seu ambiente de aprendizagem e a aprendizagem da matemática, a pesquisa visou responder à seguinte questão norteadora (problema de pesquisa): Há possibilidade de os alunos do ensino médio, sob a intervenção do professor/pesquisador em situações de vivências e desenvolvimento de Atividades Orientadoras de Ensino se apropriarem dos conceitos trigonométricos?

Assim, na busca de respostas para a questão que norteou este estudo, *a priori*, buscamos realizar estudos voltados aos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, em publicações de Vygotsky, Leontiev, Moura e seguidores. Tais contribuições se caracterizam como norteadoras no que se refere a proporcionar aporte teórico e metodológico aos procedimentos adotados.

Visando responder à questão investigativa, delineamos como objetivo geral analisar situações de vivências e de desenvolvimento de AOE por alunos do ensino médio como possibilidade para apropriação de conceitos trigonométricos. Devido a sua amplitude, o objetivo geral foi segmentado em três específicos: 1) propor aos alunos, sujeitos da pesquisa, um estudo sobre o lógico histórico dos conceitos trigonométricos; 2) envolver os alunos no desenvolvimento de AOE acerca dos conceitos trigonométricos sob a intervenção do professor/pesquisador; e 3) analisar as reflexões e significados produzidos pelos alunos (no coletivo) sobre AOE como princípio metodológico na apropriação de conceitos trigonométricos.

Com o propósito de contemplar o primeiro objetivo específico, propomos aos alunos, no primeiro momento, uma pesquisa na perspectiva do Lógico Histórico, onde proporcionamos, portanto, a esses alunos, sujeitos desta investigação, o estudo do lógico-histórico dos conceitos trigonométricos. Por compreendermos a necessidade da organização

do ensino de Matemática, de uma melhor qualidade e, diante do segundo objetivo específico, realizamos o envolvimento dos alunos na aplicação de duas AOE. Como ações, optamos por desenvolver duas AOE, tendo como base duas situações desencadeadoras de aprendizagem, a partir de duas histórias virtuais, sendo uma para cada AOE, denominadas, respectivamente, de "Cálculo da altura de grandes estruturas" e "Descobrimo a distância usando os conceitos trigonométricos".

Para atingirmos o terceiro e último objetivo específico, aplicamos um questionário semiestruturado, com o intuito de produzirmos dados a fim de que analisássemos os significados produzidos pelos alunos sobre as potencialidades da AOE. Além disso, ao final da pesquisa foi possível percebermos, como professor/pesquisador, a relevância de, na organização do ensino de matemática no contexto da AOE, que o professor está apoiado em uma sólida proposta teórico-metodológica.

Também foi evidente a importância da efetivação de estudos em diferentes matérias que contemplam a síntese histórica do conceito, que não consiste em estudar somente o conteúdo ou a história, mas sim em efetivar um estudo que permita compreender a necessidade que levou a humanidade a considerar o movimento lógico-histórico do conceito (KOPNIN, 1978), no caso desta pesquisa, à produção dos conceitos trigonométricos. Isso permite ao professor tanto se apropriar dos conceitos matemáticos quanto buscar modos de organização do ensino que viabilizem ao aluno aprender. Compreendemos que esse momento possibilita ao professor constituir conhecimentos que reflitam no processo de mediação diante da proposta das atividades de ensino que seguem a perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino, como tão bem defendida por Moura *et al* (2010).

Diante desses resultados, respeitar e compreender que em determinadas situações os alunos irão necessitar de um tempo ampliado ou de adequações devido às características apresentadas, que nem sempre coincidem com o ano escolar e a idade que possuem, evidenciou-se como um aspecto importante, assim como o processo de mediação do professor, frutos de nossas reflexões enquanto professor/pesquisador.

Nesse sentido, entendemos que quando o professor adota a AOE e sabe estruturar o problema desencadeador de forma compreensível e desafiador ao aluno, articulando-o ao ano/série que se encontra, dando ênfase ao movimento lógico-histórico do conceito, desenvolve no aluno a tomada de consciência da necessidade de encontrar uma solução, sendo que, se o motivo coincidir com o objetivo esperado (que, no caso deste estudo é a apropriação dos conceitos trigonométricos), ele estará em atividade de aprendizagem e não simplesmente

em ação. Em outras palavras, estuda apenas por obrigação ou mesmo por pressão dos pais e/ou da escola. De acordo com Leontiev (1978), é a atividade que promove o desenvolvimento do sujeito.

É oportuno acrescentarmos que, organizar o ensino de Matemática na compreensão aqui defendida, mediada pela AOE, é uma proposta que, como encontramos nas leituras das produções de Vigotski, o conhecimento, seja matemático ou não, só pode ser apropriado na sua dimensão lógico-histórico. Quando colocamos as situações desencadeadoras de aprendizagem contidas nas AOE aos alunos, tínhamos consciência que a ideia era a de colocar esses alunos perante às mesmas situações (ou situações parecidas) como àquelas que a humanidade passou a partir do desenvolvimento de sua consciência ao transformar a natureza. Esses momentos, em decorrência das potencialidades das AOE, proporcionaram tanto aos alunos quanto ao professor/pesquisador novos significados e sentidos, ou melhor, uma compreensão mais clara da relação que existe entre os conceitos matemáticos que são ensinados, por que são ensinados, como devem ser ensinados, qual a sua finalidade, o que levou o homem a produzir esses conceitos e em que condições.

Diante do exposto, este estudo foi, sem dúvida, enriquecedor para a nossa formação profissional (docência e pesquisa), pois nos permitiu novas significações sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, diferente daquelas perspectivas adquiridas na Licenciatura em Matemática e até mesmo em algumas disciplinas do PROFMAT, calcadas na racionalidade na técnica, na preocupação com as definições e com fórmulas, muitas vezes desprovidas de significados para os alunos. Enfim, que deste estudo possam surgir novas inquietações, novos problemas de pesquisa e que sejam produzidos muito mais dados para uma análise e discussão dos mesmos. É o que pretendemos fazer daqui para frente!

REFERÊNCIAS

ARAUJO, N. A. **O professor em atividade de aprendizagem de conceitos matemáticos**, 2015, 188f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

ARAÚJO, E. S. **Da formação e do formar-se: a atividade docente em uma escola pública**. 2003. 173p. Tese (Doutorado em Educação). – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2003.

ARAUJO, E. S.; MOURA, M. O. de. Contribuições da teoria histórico-cultural à pesquisa qualitativa sobre formação docente. In: PIMENTA, S. G.; FRANCO, M.A. S. (Orgs.). **Pesquisa em educação: possibilidades investigativas/formativas da pesquisa-ação**. Edições Loyola: São Paulo, 2008. p. 75-101.

ARAUJO, E. S. Contribuições da teoria histórico-cultural à pesquisa em Educação Matemática: a Atividade Orientadora de Pesquisa. **Horizonte**, v. 31, n. 1, jan./jun. 2013, p. 81-90.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Secretaria da Educação Média e Tecnológica, 1998.

CEDRO, W. L. A organização do ensino na Teoria Histórico-Cultural: discutindo a pesquisa e a atividade de pedagógica do professor que ensina Matemática. **ANAIS DO XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/189_247_ID.pdf. Acesso em 3 fev. 2019.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas/SP: Editora da Unicamp, 2004.

FREITAS, M. T. de A. A abordagem sócio-histórica como orientadora da pesquisa qualitativa. **Cadernos de Pesquisa**, n. 116, p. 21-39, jul. 2002.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FRAGA, L. P. et al. A intencionalidade do professor na organização do ensino de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental. **IV Jornada Nacional de Educação Matemática. XVII Jornada Regional de Educação Matemática**, 2012. Disponível em: <http://anaisjem.upf.br/download/de-23-parmegiane.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2019.

GALVÃO, M. E. E. L. **História da Matemática: dos números à geometria**. Osasco: Edifício, 2008.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar: trigonometria.** v. 3. São Paulo: Atual, 2013.

KOPNIN, P. V. **A dialética como logica e teoria do conhecimento.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Fundamentos de metodologia científica.** São Paulo: Atlas, 2017.

LANNER DE MOURA, A. R. Movimento conceptual em sala de aula. In: MIGUEIS, M.; AZEVEDO, M. G. **Educação Matemática na Infância: abordagens e desafios** Vila Nova de Gaia: Gailivros, 2007.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: livros Horizonte, 1978.

LIMA, Maria Socorro Lucena. **Estágio e Docência.** São Paulo: Cortez, 2004. (Coleção docência em formação. Séries saberes pedagógicos).

LOPES, A. et al. **Professores e Futuros Professores em Atividade de Formação.** v.1. Campinas/SP: Pontes, 2016

MORETTI, V. D. **Professores de Matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente.** 2007. 161f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MORETTI, V. D.; MARTINS, E.; SOUZA, F. D. de. Método histórico-dialético, teoria histórico-cultural e educação: algumas apropriações em pesquisas sobre formação de professores que ensinam Matemática. In: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. (Orgs.). **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural: um olhar sobre as pesquisas.** Campinas, SP: Mercado de Letras, 2017. p. 25-59.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Rio Claro, n. 12, 1996. p. 29-43.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A; CARVALHO, A (orgs). **Ensinar a ensinar: didática para a escola.** São Paulo: Pioneira, 2001.

MORAES, S. P. G. de. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em Matemática: contribuições da Teoria Histórico-Cultural.** Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MOURA, M. O. de; SFORNI, M. S. De F.; LOPES, A. R. L. V. A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. In: MOURA, M. O. de (Org.). **Educação escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural.** São Paulo: Edições de Loyola, 2017. p. 71-99.

MOURA, M. O. de A. O jogo na educação matemática. In: CONHOLATO, M. C. **O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola**. São Paulo: FDE, 1991. p. 45 – 53. (Coleção Ideias, n. 10).

MOURA, M. et al. Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Rev. Dialogo. Educ.**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205 – 229, jan/abr. 2010.

MOURA, M, O. de. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber livro. 2010.

OLIVEIRA, J. E. M. **A Trigonometria na educação básica com foco em sua evolução histórica e suas aplicações contemporâneas**, 2013, 144f. Dissertação de mestrado – Viçosa/MG, 2013.

PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D.; SOUZA, F. D. de. Relações entre movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. In: MOURA, M. O. de (Org.). **Educação escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural**. São Paulo: Edições de Loyola, 2017. p. 125-152.

PAIS, L. C. **Ensinar e Aprender Matemática**. / Luiz Carlos Pais. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PUENTES, Roberto V.; LONGAREZI, Andréa M. A didática na pós-graduação em Educação da região Sudeste do Brasil. In: LONGAREZI, Andréa M.; PUENTES, Roberto V. (Org.). **A didática no âmbito da pós-graduação brasileira**. Uberlândia: EDUFU, 2017. Disponível em: <http://www.edufu.ufu.br/sites/edufu.ufu.br/files/e-book_a_didatica_v7_2015_1.pdf> Acesso em: 10 maio 2019.

REGO, T. C. **Vygotsky: Uma perspectiva histórico-cultural da educação**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

RIGOR, J. R.; ASBAHR, F. S. F.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M. O. de. **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010. p. 13-44

RIPARDO, R. B. **Atividade Orientadora de Ensino e produção textual em matemática: possibilidade pedagógica**. 2016. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/poescrito/article/view/9177>. Acesso em: 15 jun. 2019.

RODRIGUES, V. L. G. de C.; SFORNI, M. S. de F. Análise da apropriação do conceito de volume sob a perspectiva da teoria da atividade. **Ciência & Educação**. v. 16, n. 3, p. 543-556, 2010.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012

RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I

(Orgs.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista: escola russa e ocidental.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 129 – 137

SERRÃO, M. I. B. **Aprender a ensinar: a aprendizagem do ensino no curso de pedagogia sob o enfoque histórico-cultural.** São Paulo: Cortez, 2006.

SFORNI, M. S. de F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da Teoria da Atividade.** São Paulo: Junqueira e Marin, 2004.

SOUSA, M. Do C. **O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática.** 2018. Disponível em: <file:///Users/neutonaraujo/Downloads/42533-Texto%20do%20artigo-178433-1-10-20180526.pdf>. Acesso em: 15 maio 2019.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.** São Paulo: Atlas, 2015.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.** São Paulo: Atlas, 2008.

APÊNDICE A - Questionário semiestruturado aplicado junto aos alunos, sujeitos da pesquisa**QUESTÕES**

1. Quando vocês fizeram o 1º ano do ensino médio, estudaram os conceitos de trigonometria? Comente sua resposta. () Sim () Não.
2. Diante da metodologia apresentada (o lógico histórico), vocês conseguiram compreender a necessidade de estudar os conceitos trigonométricos? Por quê?
3. Em sua opinião, o uso do lógico histórico facilita ou dificulta a compreensão dos conceitos trigonométricos? Faça um breve comentário sobre sua resposta.
() Facilita () Dificulta
4. No seu ponto de vista, a utilização da AOE na explicação de conceitos matemáticos, é uma metodologia que os professores poderiam adotar para facilitar o entendimento desses conceitos? Por quê?
5. Por meio da história virtual, na aplicação das AOE, vocês ficaram mais motivados a aprender esses conceitos? Por quê?