



Universidade Estadual do Piauí



PROFMAT

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação–PROP

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

FELIPE MORAIS PEIXOTO

**PROPOSTA DE ENSINO DE FUNÇÃO EXPONENCIAL COM SOFTWARE
GEOGEBRA FAZENDO USO DO GEOGEBRABOOK**

TERESINA

2025

FELIPE MORAIS PEIXOTO

**PROPOSTA DE ENSINO DE FUNÇÃO EXPONENCIAL COM SOFTWARE
GEOGEBRA FAZENDO USO DO GEOGEBRABOOK**

Dissertação de Mestrado apresentada à
Comissão Acadêmica Institucional do
PROFMAT - UESPI como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre em
Matemática. Área de Concentração:
Matemática na Educação Básica. Linha de
Pesquisa: Divulgação e Popularização da
Matemática da Educação Básica..
Orientador: Prof. Dr. Afonso Norberto da
Silva.
Coorientador: Prof. Dr. Natã Firmino
Santana Rocha.

TERESINA

2025

FELIPE MORAIS PEIXOTO

**PROPOSTA DE ENSINO DE FUNÇÃO EXPONENCIAL COM SOFTWARE
GEOGEBRA FAZENDO USO DO GEOGEBRABOOK**

Dissertação de Mestrado apresentada à
Comissão Acadêmica Institucional do
PROFMAT - UESPI como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre em
Matemática. Área de Concentração:
Matemática na Educação Básica. Linha de
Pesquisa: Divulgação e Popularização da
Matemática da Educação Básica..

Aprovado em 06 de outubro de 2025.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente



AFONSO NORBERTO DA SILVA
Data: 14/10/2025 00:20:49-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Afonso Noberto da Silva – Presidente e Orientador

Universidade Estadual do Piauí – UESPI

Documento assinado digitalmente



NATA FIRMINO SANTANA ROCHA
Data: 13/10/2025 23:17:27-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Natã Firmino Santana Rocha – Examinador e Coorientador (interno)

Universidade Estadual do Piauí – UESPI

Documento assinado digitalmente



CHRISTOPHER CARLISSON DE SOUSA QUEIROZ
Data: 13/10/2025 22:27:14-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Christopher Carlisson de Sousa Queiroz – Examinador (interno)

Universidade Estadual do Piauí – UESPI

Documento assinado digitalmente



PEDRO PAULO ALVES OLIVEIRA
Data: 13/10/2025 16:31:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Pedro Paulo Alves Oliveira – Examinador (externo)

Universidade Estadual do Piauí – UESPI

TERESINA

Outubro/2025

P377p Peixoto, Felipe Moraes.

Proposta de ensino de função exponencial com software geogebra
fazendo uso do geogebra book / Felipe Moraes Peixoto. - 2025.
49f.: il.

Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em
Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Mestrado Profissional em
Matemática, Universidade Estadual do Piauí, 2025.

"Orientador: Prof. Dr Afonso Norberto da Silva.".

"Coorientador: Prof. Dr. Natã Firmino Santana Rocha.".

1. Ensino de Matemática. 2. Funções Exponenciais. 3.
Tecnologias Digitais. 4. Livro Digital. I. Silva, Afonso Norberto
da . II. Rocha, Natã Firmino Santana . III. Título.

CDD 510

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, fonte de sabedoria e força, por me sustentar em todos os momentos e iluminar meu caminho durante esta jornada. À minha querida esposa Helionara, companheira fiel e amorosa, cujo apoio, compreensão e incentivo tornaram possível a concretização deste sonho.

Aos meus filhos Helena, Victor, Felipe e Heitor, que são minha inspiração diária e a razão maior de todos os meus esforços. Aos meus pais, Aldenora e Peixoto, por todo amor, exemplo, ensinamentos e pelo incentivo constante que me conduziram até aqui. Aos meus irmãos, Fernando e Fábio, pela amizade sincera, apoio e presença em todos os momentos.

Ao meu orientador, Professor Afonso Norberto, pela orientação firme, paciência e confiança em meu trabalho. E ao meu coorientador, Professor Natã Firmino, pela colaboração valiosa, incentivo e contribuições fundamentais para o desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

Esta dissertação, vinculada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), tem como objetivo apresentar, analisar e discutir a elaboração de um livro digital interativo sobre funções exponenciais e logarítmicas, concebido como produto educacional voltado ao Ensino Médio. A pesquisa fundamenta-se nas contribuições teóricas de autores como Borba e Penteado (2019), Moran (2018), Kenski (2008) e Valente (2015), além das orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018). O trabalho parte do diagnóstico de que o ensino de Matemática enfrenta desafios relacionados à abstração dos conceitos de função exponencial, a falta de compreensão discente sobre o assunto e a dificuldade em articular teoria e prática. O livro digital foi estruturado em oito capítulos: introdução, definições, restrições, propriedades, gráficos, transformações gráfica, questões resolvidas e questões sobre função exponencial. Os resultados apontam que o uso de recursos digitais contribuem para a visualização dinâmica dos conceitos, uma melhor modelagem de situações reais e a motivação dos estudantes, ao mesmo tempo em que otimiza o trabalho docente, oferecendo material que torna mais fácil a visualização gráfica das diversas funções exponenciais. O estudo também reforça que a tecnologia, embora seja uma ferramenta poderosa, requer mediação crítica do professor, a fim de potencializar sua eficácia pedagógica. Conclui-se que o livro digital sobre funções exponenciais constitui um recurso educacional inovador, capaz de promover aprendizagens significativas e alinhadas às demandas contemporâneas da Educação Básica.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Funções Exponenciais. Tecnologias Digitais. Livro Digital.

ABSTRACT

This dissertation, linked to the Professional Master's Program in Mathematics in the National Network (PROFMAT), aims to present, analyze, and discuss the development of an interactive digital textbook on exponential and logarithmic functions, designed as an educational product for high school students. The research is based on the theoretical contributions of authors such as Borba and Penteado (2019), Moran (2018), Kenski (2008), and Valente (2015), in addition to the guidelines of the National Common Curricular Base (BNCC, 2018). The work is based on the diagnosis that mathematics teaching faces challenges related to the abstraction of exponential function concepts, the lack of student understanding of the subject, and the difficulty in connecting theory and practice. The digital textbook is structured into eight chapters: introduction, definitions, restrictions, properties, graphs, graphical transformations, solved questions, and questions on exponential functions. The results indicate that the use of digital resources contributes to the dynamic visualization of concepts, better modeling of real-life situations, and student motivation, while also optimizing teaching by offering material that facilitates the graphical visualization of various exponential functions. The study also reinforces that technology, while a powerful tool, requires critical teacher intervention to maximize its pedagogical effectiveness. The conclusion is that the digital textbook on exponential functions constitutes an innovative educational resource, capable of promoting meaningful learning aligned with the contemporary demands of Basic Education.

Keywords: Mathematics Teaching. Exponential Functions. Digital Technologies. Digital Book.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	14
2.1 A LEI DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL PARA O ENSINO MÉDIO	14
2.2 A MODELAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA	16
2.3 O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NO ENSINO DE MATEMÁTICA: POTENCIALIDADES E APLICAÇÕES	20
3 ANÁLISE DO USO DO RECURSO EDUCACIONAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA	24
3.1 USO DE TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA	25
3.2 TECNOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA	26
3.3 OTIMIZAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	27
3.4 GEOGEBRABOOK COMO RECURSO NO ENSINO DE MATEMÁTICA.....	28
4 RECURSO EDUCACIONAL	33
4.1 CONCEPÇÃO E ESTRUTURA DO LIVRO DIGITAL	34
4.2 SEÇÕES INTRODUÇÃO, RESTRIÇÕES, DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES	35
4.3 SEÇÃO DE GRÁFICOS	35
4.4 SEÇÃO DE TRANSFORMAÇÕES GRÁFICAS	36
4.5 SEÇÃO DE QUESTÕES RESOLVIDAS E PROPOSTAS	37
5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA USANDO LIVRO DIGITAL: ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS.	39
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
REFERÊNCIAS.....	47

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Conceitos de Modelagem Matemática	16
Quadro 02 – Três casos possíveis na participação aluno e professor	20

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Esquema de um dos processos possíveis da Modelagem Matemática .	18
Figura 02 – Esquema da dinâmica da Modelagem Matemática.....	19
Figura 03 – Autor.....	34
Figura 04 – Autor.....	36
Figura 05 – Autor.....	37
Figura 06 – Autor.....	38

1 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática no Brasil vem mudando ao longo dos anos, principalmente, com a implementação do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) em 1998 com o intuito de avaliar a qualidade da educação nacional e, posteriormente como exame de acesso ao ensino superior, a partir de 2006. Atualmente, as necessidades quanto ao ensino da matemática aliada ao entendimento do mundo e resolução de problemas do dia a dia apresenta-se ainda mais forte pelas mudanças no atual cenário da educação no que se refere à aprovação, pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A respeito dessas necessidades, o professor como mediador do ensino aprendizagem dos alunos deve implementar estratégias para o entendimento da cultura e as relações matemáticas (presente nos currículos) e a matemática presente na vida cotidiana, reconhecendo o multiculturalismo existente e opondo-se à fragmentação do conhecimento (D'AMBROSIO, 1996).

Para isso acontecer, faz-se necessário que o professor aproxime a matemática aos alunos para estimular a interação com outras disciplinas e com temas da realidade, ou seja, fazer com que o componente curricular provoque reflexões dentro da sala de aula sobre situações diárias, proporcionando uma visão mais crítica e comprometida com a realidade atual (LIELL; BAYER, 2017).

Diante do exposto, uma maneira de traduzir a linguagem do mundo matemático para o mundo real é a elaboração e utilização de ferramentas matemáticas para avaliar os fenômenos e trabalhar com softwares de ensino de matemáticos para melhor entendimento, isto é, as tecnologias digitais, quando integradas de forma planejada e intencional ao currículo, podem transformar a aprendizagem da matemática, proporcionando aos alunos experiências mais ricas, dinâmicas e personalizadas. (BORBA; PENTEADO, 2010)

Segundo Moraes (2003, p.22), os softwares educativos possuem como características principais:

- Definição e presença de uma fundamentação pedagógica que permeie todo o seu desenvolvimento;
- Finalidade didática, por levar o estudante a construir conhecimento relacionado com seu currículo escolar;

- Interação de uso, uma vez que não se devem exigir do estudante conhecimentos computacionais prévios, mas permitir que qualquer estudante, mesmo que em um primeiro contato com a máquina, seja capaz de desenvolver suas atividades;
- Atualização quanto ao estado da arte, ou seja, o uso de novas técnicas para o trabalho com imagens e sons cativando cada vez mais o interesse do estudante pelo software.

Como alternativa pedagógica, na modelagem matemática a construção do conhecimento se faz pela aplicabilidade desse no cotidiano do educando e não por imposição, logo, o educando é conduzido a usar sua criatividade e desenvolver habilidades de criar, a partir de atitudes próprias, caminhos para resolver os problemas. O professor irá mediar o desenvolvimento dessas habilidades por meio da conexão entre o saber matemático escolar, a matemática vivenciada e as demais áreas do conhecimento (MACHADO JUNIOR, 2005; BASSANEZI, 2011).⁵

É importante destacar que nos últimos anos a inserção da modelagem matemática no ensino básico tem aumentado. A literatura evidencia resultados favoráveis dessa inserção na prática escolar como os estudos de Santos (2014), Souza, Silva e Pereira (2014), Ducan (2015), entre outros. Assim, o presente estudo propõe um recurso educacional para o ensino de funções exponenciais com o uso do software GEOGEBRABOOK.

A dissertação tem como objetivo geral propor um recurso educacional apoiado por sequências didáticas que auxilie o professor no ensino de funções exponenciais através do software GEOGEBRA, usando GeogebraBook como ferramenta norteadora. E para que possa atingir seu objetivo principal foi necessário avaliar a viabilidade do uso da ferramenta no ensino-aprendizado, construir um e-book com conceitos e problemas direcionados para mitigar as dificuldades na aprendizagem e elaborar uma sequência didática para direcionar o melhor uso do recurso didático na sala de aula.

O livro digital é possível ser encontrado através do link:

<https://www.geogebra.org/m/vb6nbmtg>

O ensino de funções exponenciais demanda novas metodologias que tornem os conceitos mais compreensíveis e atrativos. O uso do GeoGebra, aliado a uma proposta didática estruturada no GeoGebraBook, justifica-se como meio de superar as dificuldades conceituais, aproximar teoria e prática e promove aprendizagem significativas em Matemática no Ensino Médio.

Propor um livro digital interativo no GeoGebraBook contribui para o ensino de funções exponenciais no Ensino Médio. Aproxima a Matemática da realidade dos alunos, motiva o aprendizado e oferece ao professor uma ferramenta prática e gratuita que favorece a aprendizagem significativa. Além disso, responde às demandas da BNCC e do PROFMAT, fortalecendo a integração entre tecnologia, teoria e prática pedagógica.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional para o Ensino Médio

A preparação científica, a aquisição de conhecimentos básicos, e a capacidade de usar variadas tecnologias relativas às áreas de atuação são os alvos principais na formação do educando.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) nº 9.394 de 1996 (BRASIL, 1996) confere caráter de norma legal à condição do Ensino Médio como parte da Educação Básica, quando, por meio do Art. 21, estabelece a composição da educação escolar em “I – Educação Básica, formada pela Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio e a II – Educação Superior”. Portanto, o Ensino Médio passa a integrar a etapa do processo educacional considerado básico para: exercício da cidadania, acesso às atividades produtivas, continuidade nos níveis mais elevados e complexos da educação, e para o desenvolvimento pessoal.

Além de integrar o processo educacional básico, a LDB considera, também, o Ensino Médio como etapa final da Educação Básica, ou seja, o Ensino Médio passa a ter característica de consolidação e aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental. O Ensino Médio é

“[...] é a etapa final de uma educação de caráter geral, afinada com a contemporaneidade, com a construção de competências básicas, que situem o educando como sujeito produtor de conhecimento e participante do mundo do trabalho, e com o desenvolvimento da pessoa, como “sujeito em situação” – cidadão. Nessa concepção, a Lei nº 9.394/96 muda no cerne a identidade estabelecida para o Ensino Médio contida na referência anterior, a Lei nº 5.692/71, cujo 2º grau se caracterizava por uma dupla função: preparar para o prosseguimento de estudos e habilitar para o exercício de uma profissão técnica. (BRASIL, 1996, p. 10).

Na perspectiva da LDB em seu Art.1º § 2º, o Ensino Médio como parte da educação escolar deverá estabelecer vínculo ao “mundo do trabalho e a prática social” em toda prática educativa, com o intuito de oferecer uma educação equilibrada com funções equivalentes para todos os educandos:

- a formação da pessoa, de maneira a desenvolver valores e competências necessárias à integração de seu projeto individual ao

projeto da sociedade em que se situa;

- o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
 - a preparação e orientação básica para a sua integração ao mundo do trabalho, com as competências que garantam seu aprimoramento profissional e permitam acompanhar as mudanças que caracterizam a produção no nosso tempo;
 - o desenvolvimento das competências para continuar aprendendo, de forma autônoma e crítica, em níveis mais complexos de estudos.
- (BRASIL, 2000, p. 10).

Na conjuntura da Educação Básica, a LDB determina a construção dos currículos, no Ensino Fundamental e Médio “[...] com uma Base Nacional Comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela” (Art. 26). No tocante à reforma curricular e a organização do Ensino Médio é importante destacar a divisão do conhecimento escolar em quatro áreas: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza; Matemática e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias. Essa divisão por áreas do conhecimento é justificada por garantir uma educação de base tecnológica e científica na qual conceito, aplicação e solução de problemas concretos são combinados com uma revisão sociocultural e uma visão epistemológica (BRASIL, 1996).

Quanto às Competências específicas da matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio, a BNCC enumera:

- a) Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
- b) Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
- c) Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
- d) Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de

resultados de problemas.

e) Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, cap. IV).

2.2 A Modelagem no Ensino da Matemática

Na educação brasileira, o movimento da Modelagem Matemática teve início no final dos anos 70 e início dos anos 80. A partir dessa data, encaminhamentos e concepções diferentes do trabalho com a modelagem no âmbito escolar são observados (BIEMBENGUT, 2009; KLÜBER, BURAK, 2008). Uma revisão de literatura sobre as dissertações e teses envolvendo Modelagem Matemática entre o período de 1998 a 2017 realizada nos Banco de Teses da CAPES verificou que os cenários de aplicação dessa metodologia contemplam a Educação Básica, Educação Tecnológica e Educação Superior (SOARES, 2019).

Com relação à percepção conceitual da Modelagem Matemática, Kaiser e Sriraman (2006) apresentam cinco conceitos distintos no Quadro 01.

Quadro 01 – Conceitos de Modelagem Matemática

Nome da Perspectiva	Objetivos Centrais	Relações com a perspectiva inicial	Segundo plano
Modelagem realista ou aplicada	Objetivos pragmático utilitários, ou seja: resolver problemas do mundo real, compreensão do mundo real, desenvolvendo competências de modelagem	Perspectiva pragmática de Pollak	Pragmatismo anglosaxônico e matemática aplicada
Modelagem contextual	Objetivos relacionados ao assunto e psicológicos, ou seja, resolver problemas relacionados à palavra	Abordagens de processamento de informação conduzindo sistemas de abordagem	Resolução de problemas americanos, bem como a prática escolar diária e experiências psicológicas de laboratório
Modelagem educacional; diferenciada em: a)	Objetivos pedagógicos e disciplinares:	Perspectivas integrativas (Blum, Niss) e futuros desenvolvimentos da	Teorias didáticas e teorias de aprendizagem

Modelagem didática e b) Modelagem conceitual	a) Estruturação dos processos de aprendizagem e seu desenvolvimento b) Introdução e desenvolvimento de conceitos	abordagem científico humanístico	
Modelagem sócio-crítica	Objetivos pedagógicos como a compreensão crítica ao redor do mundo	Perspectiva emancipatória	Abordagens sócio-críticas da sociologia política
Modelagem epistemológica ou teórica	Objetivos teóricos, promovendo o desenvolvimento teórico	Perspectiva científico humanístico de Freudenthal	Epistemologia romana

Fonte: Kaiser e Sriraman (2006, p. 306). Quadro traduzido por Rehfeldt et al. (2018).

A compilação do Quadro 01 demonstra que os objetivos centrais da Modelagem Matemática estão associados à resolução de problemas do cotidiano, assim como a propósitos pedagógicos com o intuito de promover processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. A seguir, são apresentados conceitos de Modelagem Matemática que relacionam o Ensino a Modelagem Matemática com experiências extra sala da aula.

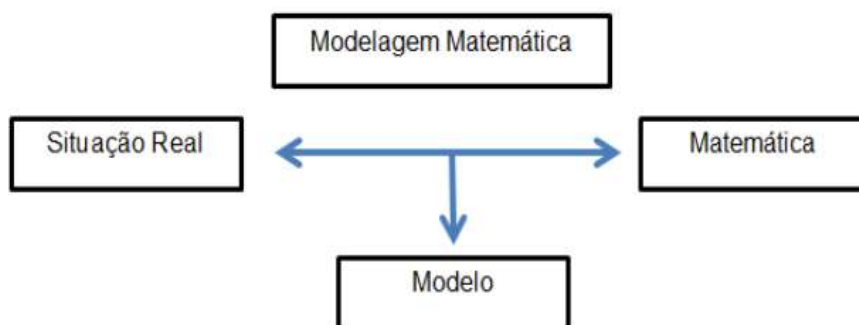
Bassanezi (2002, p. 16) destaca que “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Ferreira (2003, p. 51) afirma que “a Modelagem Matemática, entendida como uma estratégia de ensino-aprendizagem, na qual os alunos transformam problemas da realidade em problemas matemáticos”.

Um dos objetivos da Modelagem Matemática, segundo Bassanezi (2002, p. 36) é incentivar a organização dos alunos “[...] para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos”. Por conseguinte, observa-se que a Modelagem Matemática na Educação Matemática contribui com a formação político-social do educando.

A Modelagem Matemática, segundo Biembengut e Hein (2002), é o processo que abrange a obtenção de um modelo, modelo esse que representa a ponte de interação entre a realidade e a matemática. O modelo matemático é “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um

fenômeno em questão ou problema de situação real [...]” (p.12). Figura 01.

Figura 01 – Esquema de um dos processos possíveis da Modelagem Matemática



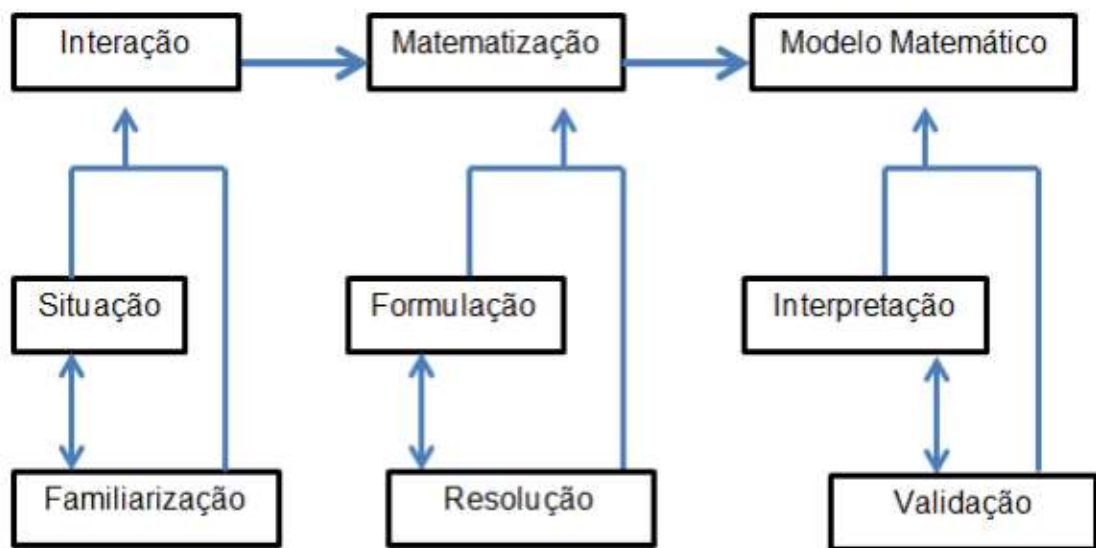
Fonte: Biembengut e Hein (2002).

A Modelagem Matemática, de acordo com Biembengut e Hein (2002), envolve alguns procedimentos que podem ser reunidos em três etapas, são elas: 1ª etapa – Interação, 2ª etapa – Matematização e 3ª etapa – Modelo Matemático. Na primeira etapa o professor realiza uma breve exposição do tema (situação), o tema pode ser escolhido tanto pelo professor como pelos alunos, e a familiarização com o assunto a ser modelado. Essa etapa é relevante, pois pode contribuir, significativamente, na motivação dos educandos.

A segunda etapa consiste na formulação do problema – hipóteses e resolução do problema em termos do modelo. Essa etapa deve ser realizada em um clima de liberdade e estímulo do professor com relação à participação dos alunos tanto na formulação de hipóteses como na resolução do problema. Para Biembengut e Hein (2002, p. 21) “[...] ao suscitar um conteúdo matemático para continuidade do processo ou obtenção de um resultado, interrompe-se a exposição e desenvolve-se a matemática necessária, retornando no momento adequado”. O desenvolvimento da matemática necessária diz respeito a utilização de exemplos analógicos pelo professor com o objetivo de oferecer uma visão mais objetiva do assunto e suprir lacunas quanto ao conteúdo matemático, dando ênfase a importância da teoria matemática apresentada.

A terceira etapa compreende a interpretação da solução e a validação do modelo. É importante destacar a necessidade de verificar se o modelo encontrado satisfaz a situação problematizada e caso o modelo não satisfaça, o processo deve ser retomado a partir da segunda etapa. Todas as três etapas são descritas na Figura 02.

Figura 02 – Esquema da dinâmica da Modelagem Matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2002) adaptado por Beggio et al. (2018).

Quanto às diferentes formas de trabalhar a Modelagem Matemática no âmbito escolar, Barbosa (2009) afirma que a situação-problema deve ser, de fato, um problema para o educando, logo, o professor deve identificar uma oportunidade (tema) e a possibilidade de inseri-la no contexto escolar para que juntos, aluno e professor possam refletir, discutir, compartilhar ideias e estratégias. Ainda, segundo esse autor, para implementar essa metodologia em sala de aula, há três formas flexíveis de organizar as atividades, descritas como “casos”.

No caso 1 ocorre a apresentação de uma situação-problema com todas as informações necessárias para a sua resolução que deve ser realizada pelo aluno com a colaboração do professor. No caso 2, o professor elabora o problema e colabora com os alunos na coleta de dados. No caso 3, os alunos resolvem os problemas. Enfatiza-se que a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução cabem ao aluno com a colaboração do professor, ou seja, existe o compartilhamento de tarefas com os educandos como apresentado na Quadro 02.

Quadro 02 – Três casos possíveis na participação aluno e professor

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração do problema	Professor	Professor	Professor/alunos
Coleta de dados	Professor	Professor/alunos	Professor/alunos
Resolução	Professor/alunos	Professor/alunos	Professor/alunos

Fonte: Barbosa (2009) adaptado por Beggio et al. (2018).

Em suma, aplicação da Modelagem Matemática tem o propósito de estimular o estudante a compreender “[...] situações-problema de alguma área do seu interesse, aprenda conceitos matemáticos requeridos na aplicação, aprimore sua capacidade de ler, interpretar, formular situações-problema e estimule seu senso crítico na solução e na avaliação” (BIEMBENGUT, 2014).

2.3 O geogebra como ferramenta no ensino de matemática: potencialidades e aplicações

Atualmente as tecnologias digitais invadem todos os setores da sociedade, e com a educação não é diferente. No ensino de Matemática a integração de softwares dinâmicos tem se mostrado uma ferramenta poderosa para melhorar a abordagem tradicional do ensino expositivo. Nesse contexto, o software GeoGebra age não como uma mera ferramenta de visualização, mas como um potencial ativo no ensino para definir ferramentas que ampliam as capacidades cognitivas humanas. Este capítulo tem por objetivo analisar o GeoGebra sob essa ótica, explorando suas potencialidades para a criação de ambientes de aprendizagem ricos em experimentação, descoberta e construção do conhecimento matemático, respaldado por uma fundamentação teórica que evidencia sua eficácia.

O problema central que este capítulo aborda é a dificuldade de abstração inerente a diversos tópicos matemáticos. Conceitos como cálculo diferencial e integral, geometria analítica e funções, quando ensinados apenas de forma estática no quadro negro ou em livros didáticos, podem parecer desconectados da realidade do aluno e de difícil internalização. O GeoGebra, por sua natureza dinâmica e interativa, oferece um

meio de "materializar" o abstrato, permitindo que o discente manipule objetos matemáticos e observe em tempo real as consequências de suas ações, promovendo uma aprendizagem significativa na acepção de Ausubel (2003).

Criado pelo matemático austríaco Markus Hohenwarter em 2001, o GeoGebra nasceu da premissa simples, porém poderosa, de integrar geometria e álgebra em um único ambiente. O próprio nome, uma contração de "Geometria" e "Álgebra", revela sua essência. A genialidade do software reside em sua janela de visualização dupla: qualquer objeto construído geometricamente tem sua representação algébrica. Essa bidirecionalidade permite que o aluno perceba as conexões entre a representação gráfica e a simbólica, superando a visão compartimentada da matemática.

Mais do que um software, o GeoGebra é uma ferramenta educacional cada vez mais usada mundialmente onde cada vez mais se encontra trabalhos envolvendo suas utilidades no ensino. Sua filosofia é embasada no princípio do software livre e de código aberto, garantindo acesso gratuito a todos – alunos, professores e instituições –, o que o torna uma ferramenta democrática e de altíssimo impacto social. Como destacam Borba e Penteado (2016, p. 47), "a informática pode ser um agente de mudança na educação matemática, mas é preciso que se criem condições para que os professores se apropriem dessas tecnologias". A comunidade ativa de usuários do GeoGebra, que compartilha milhares de materiais e applets gratuitamente, mostra a incrível ferramenta impactando no ensino-aprendizagem da matemática de forma ativa e construtiva do conhecimento.

Sua interface intuitiva e a curva de aprendizagem acessível são fatores cruciais para sua adoção em larga escala. Diferente de softwares comerciais complexos, o GeoGebra foi desenhado para o contexto educacional, permitindo que tanto o professor quanto o aluno foquem no conteúdo matemático, e não na complexidade operacional da ferramenta. O GeoGebra, por sua natureza, facilita a construção desse conhecimento, pois o professor pode utilizá-lo para ensinar conteúdos específicos de forma pedagogicamente eficaz com a tecnologia.

A utilização do GeoGebra encontra forte respaldo na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel (2003). Para que a aprendizagem seja significativa, é necessário que o novo conhecimento se ancore em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. O GeoGebra atua para acelerar esse processo de aprendizado que no ambiente atual onde o aluno busca aprender de forma mais prática, rápida e visual em detrimento da abstração do conhecimento matemático é notável o

uso dessa ferramenta. Ao manipular uma função observando suas mudanças e diversas formas de modelagem de problemas o aluno não decora uma forma de resolver um problema, ele o descobre e o constrói mentalmente, ancorando esse novo conhecimento em sua experiência visual e interativa prévia. A ferramenta fornece os "organizadores prévios" audiovisuais que Ausubel considerava essenciais para a ancoragem.

Sob uma ótica sociocultural, a teoria de Vygotsky (2007) ilumina outra faceta crucial do GeoGebra: sua função como ferramenta de mediação. Para Vygotsky, o desenvolvimento cognitivo é mediado por instrumentos culturais, sejam eles linguagem, símbolos ou, no caso moderno, softwares. O GeoGebra atua como um mediador entre o sujeito e o objeto de conhecimento, com isso amplia as capacidades mentais do aluno, permitindo que ele realize operações cognitivas complexas – como visualizar e testar conjecturas – que estariam além de sua Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) se realizadas apenas com lápis e papel. O professor, ao propor atividades com o software, assume o papel de mediador especializado, guiando o aluno nesse processo.

Para ilustrar o potencial do software, analisamos algumas aplicações em diferentes eixos da matemática.

- **No Ensino de Funções:** O estudo de funções é um dos que mais se beneficiam da dinamicidade do GeoGebra. É possível construir um controle deslizante para o coeficiente "a" da função quadrática $f(x) = ax^2$ e, ao arrastá-lo, o aluno observa imediatamente a influência desse parâmetro na curvatura da função e suas particularidades para determinados valores do parâmetro "a". Da mesma forma, a relação entre a derivada de uma função e o coeficiente angular da reta tangente, um conceito frequentemente abstrato para os alunos, torna-se tangível. Ao mover um ponto sobre a curva de uma função, o software traça a reta tangente e exibe sua equação, permitindo a visualização direta do conceito de derivada instantânea.

- **No Ensino de Geometria:** Os teoremas geométricos clássicos ganham vida. A constatação de que as medianas de um triângulo concorrem em um ponto (baricentro) que divide cada mediana na razão 2:1 deixa de ser uma afirmação dogmática do livro para se tornar uma descoberta empírica e, posteriormente, dedutiva. O aluno pode construir um triângulo, suas medianas e, ao arrastar os vértices, verificar a invariância da propriedade para qualquer triângulo, tornando plausível a generalização do teorema.

- **No Ensino de Estatística e Probabilidade:** O GeoGebra possui ferramentas robustas para probabilidade. É possível simular milhares de lançamentos de dados ou moedas, plotar graficamente a distribuição de frequências e observar a convergência para os valores teóricos previstos pela Lei dos Grandes Números. Essa visualização da convergência é fundamental para superar concepções equivocadas.

O GeoGebra se consolida, portanto, muito mais do que um software auxiliar, mas como um ambiente de aprendizagem dinâmico que materializa as hipóteses das mais sólidas teorias educacionais. Ele operacionaliza a aprendizagem significativa de Ausubel, media o desenvolvimento cognitivo na perspectiva vygotskyana e facilita a construção do conhecimento pedagógico do conteúdo tecnológico do professor.

Sua adoção em sala de aula representa um passo decisivo para a superação de um ensino matemático puramente dogmático e procedural, rumo a uma pedagogia investigativa, centrada na descoberta, na experimentação e na construção autônoma do conhecimento pelo aluno. É imperativo investir na formação continuada de professores, capacitando-os a integrar tal ferramenta de maneira pedagógica e criticamente refletida em suas práticas, potencializando assim suas capacidades para transformar o ensino e a aprendizagem da Matemática.

3 ANÁLISE DO USO DO RECURSO EDUCACIONAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação de Carvalho (2021)

A dissertação de Carvalho (2021) intitulada "Problemas de Otimização Linear no Ensino Médio: Uma Proposta de Abordagem com o Uso da Ferramenta GeoGebraBook" apresenta uma investigação teórico-prática sobre a aplicação de problemas de Programação Linear (PL) no contexto do Ensino Médio, utilizando a ferramenta digital GeoGebraBook como recurso educacional. O trabalho está estruturado em cinco capítulos, abordando desde fundamentos teóricos sobre otimização e Modelagem Matemática até a proposta didática com exemplos práticos.

Dissertação de Cunha Filho (2024)

A dissertação de Cunha Filho (2024) intitulada "Lugares Geométricos na Educação Básica: uma proposta de ensino com o aporte do GeoGebraBook", apresenta-se com objetivo claro e bem delimitado: propor uma sequência didática sobre Lugares Geométricos voltada a professores da Educação Básica, desenvolvida por meio da construção de um GeoGebraBook e alicerçada na Geometria Sintética e em práticas de investigação matemática. O ponto de vista teórico-metodológico, o autor articula com coerência a ideia de aprendizagem por investigação com os recursos de Geometria Dinâmica, recuperando referências que definem investigação matemática como processo composto por momentos de reconhecimento da situação, formulação de conjecturas, testes e, por fim, argumentação/demonstração. Essa construção teórica é usada para justificar a escolha de tarefas investigativas e para estruturar as atividades do GeoGebraBook.

No plano técnico-pedagógico, o autor descreve com detalhe o processo de criação do GeoGebraBook, bem como a organização visual com ícones e capítulos, porém, a dissertação não apresenta avaliação empírica resultante da aplicação do GeoGebraBook em turmas reais, o autor aponta essa lacuna e propõe estudos futuros nesse sentido.

Tese de Melo (2023)

A tese intitulada “Abordagens para o Ensino de Função no Contexto da Modelagem Matemática”, de autoria de Priscila Amara Patricio de Melo (2023), apresenta uma investigação qualitativa e interpretativa sobre o ensino do conceito de função a partir de três abordagens: função como processo, como propriedade e como objeto. O estudo foi conduzido com estudantes de Engenharia da UTFPR e utilizou como estratégia pedagógica a Modelagem Matemática (MM). O trabalho está estruturado em cinco capítulos, nos quais a autora: contextualiza historicamente o conceito de função; apresenta fundamentos teóricos sobre o ensino e a aprendizagem de funções no Ensino Superior; descreve a metodologia de pesquisa qualitativa e os instrumentos de coleta de dados (questionário e atividade de MM); analisa livros didáticos de Cálculo, respostas de estudantes e uma atividade de MM; e Discute os resultados à luz das três abordagens propostas por Bagni (2005).

Com base na tese analisada, é possível inferir que o recurso educacional aqui em destaque é a MM, entendida como uma estratégia pedagógica que permite aos estudantes relacionar conceitos matemáticos com situações reais, mobilizando diferentes registros de representação e abordagens conceituais. A tese mostra que a MM permitiu que os estudantes transitassem entre essas abordagens, especialmente rumo à função como objeto, que é mais abstrata e demandada em contextos de aplicação profissional. A MM não é apenas uma técnica de ensino, mas um recurso didático estratégico que pode transformar o ensino de matemática, tornando-o mais significativo e aplicado.

3.1 Uso de tecnologias na educação básica

A tecnologia, enquanto recurso pedagógico, se faz presente nas práticas educativas de diferentes formas ao longo da história. Se antes o quadro e o giz eram considerados recursos didáticos, hoje temos softwares, aplicativos e ambientes digitais, com uso de computadores e celulares, que permitem novas formas de interação com o conhecimento. Vale ressaltar que no Brasil a realidade presente em cada ambiente escolar se dá de forma bastante heterogênea e que nem todo aluno tem acesso aos recursos tecnológicos citados. Carvalho (2021) ressalta que as tecnologias digitais oferecem ferramentas interativas capazes de representar objetos matemáticos de

maneira dinâmica e manipulável, o que pode favorecer a aprendizagem significativa.

A incorporação de tecnologias na Educação Básica enfrenta desafios estruturais e formativos dentro da realidade do ambiente escolar. Como aponta Carvalho (2021), ainda há barreiras relacionadas à infraestrutura das escolas e à falta de capacitação docente para lidar com recursos digitais. Esse cenário reforça a necessidade de políticas públicas que assegurem a democratização do acesso às Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) e invistam na formação continuada dos professores.

A BNCC (BRASIL, 2018) destaca a importância da integração das tecnologias ao longo de toda a Educação Básica, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, com o intuito de desenvolver o pensamento computacional e a resolução de problemas em contextos reais.

Essa perspectiva aponta para um ensino em que a matemática não é apenas conteúdo abstrato, mas instrumento de cidadania crítica e participativa, fazendo necessário o uso de recursos tecnológicos para um melhor entendimento dos alunos.

3.2 Tecnologias no ensino da Matemática

Analisando o ensino de Matemática, percebe-se que o uso das tecnologias vai além da simples inserção de ferramentas digitais em sala de aula: trata-se de uma mudança epistemológica no modo como o conhecimento matemático é construído e validado. Cunha Filho (2021) argumenta que os recursos tecnológicos ainda são subexplorados por professores da Educação Básica, apesar do acesso massivo dos alunos a dispositivos como smartphones.

Nesse sentido, o GeoGebra surge como um exemplo de tecnologia digital que potencializa práticas investigativas, permitindo que os estudantes formulem conjecturas, manipulem representações e visualizem conceitos de forma dinâmica. O professor, nesse contexto, deixa de ser o detentor exclusivo do conhecimento e assume o papel de mediador, conduzindo processos de investigação coletiva.

A BNCC (2018) reforça esse entendimento ao indicar que os alunos devem ser capazes de investigar, formular e validar conjecturas matemáticas utilizando tecnologias digitais como recurso essencial para a aprendizagem.

A tese de Melo (2023) amplia essa discussão ao destacar o papel da Modelagem Matemática como estratégia de ensino, favorecendo múltiplas abordagens do conceito de função. A autora argumenta que a modelagem, quando articulada ao uso de registros

gráficos e tecnológicos, possibilita aos alunos compreender funções como objetos, propriedades e processos. Esse aspecto é crucial, pois conecta a Matemática escolar com situações reais e com a formação de futuros profissionais em áreas como a Engenharia.

Portanto, a inserção de tecnologias no ensino de Matemática exige tanto um novo olhar docente quanto a adoção de metodologias ativas que explorem o potencial das ferramentas digitais e investigativas.

3.3 Otimização no ensino da Matemática

A noção de otimização está intimamente ligada à tomada de decisões em diferentes contextos, sejam eles econômicos, sociais ou ambientais. Ao trazer esse conceito para o Ensino Médio, Carvalho (2021) propõe atividades baseadas em Programação Linear, utilizando o GeoGebraBook como recurso didático. Essa abordagem permite que os estudantes compreendam a Matemática como uma ciência aplicada, capaz de resolver problemas reais, como a otimização de recursos em uma escola ou a produção de materiais no jogo Minecraft.

A BNCC (2017) também reforça essa perspectiva ao destacar que os alunos devem ser capazes de aplicar conceitos matemáticos na resolução de problemas de diferentes áreas, desenvolvendo modelos e analisando a plausibilidade das soluções. Nesse sentido, a otimização, além de ser um conteúdo matemático, constitui uma ferramenta para o desenvolvimento do raciocínio crítico e da capacidade de tomada de decisão.

Melo (2023) acrescenta a esse debate o papel da Modelagem Matemática como caminho metodológico que favorece o ensino da otimização. Ao propor situações reais e contextualizadas, a modelagem exige do estudante não apenas o domínio de técnicas matemáticas, mas também a capacidade de interpretar, representar e avaliar soluções. Assim, a otimização não se limita a um exercício algébrico, mas torna-se um processo de investigação que conecta o abstrato ao concreto.

3.4 GEOGEBRABOOK como Recurso no Ensino de Matemática

Esta seção descreve o uso do GeoGebraBook como recurso no ensino de matemática e teve como principal referência a dissertação de Carvalho e fazendo uso de suas contribuições para fundamentar o uso dessa ferramenta.

O GeoGebraBook é um ambiente digital gratuito que possibilita a criação de livros interativos, integrando diferentes recursos didáticos em um mesmo espaço. Essa plataforma permite inserir textos explicativos, imagens, vídeos e questões de múltipla escolha ou abertas, que podem ser respondidas diretamente pelos estudantes. Além disso, oferece a possibilidade de incluir applets interativos desenvolvidos no próprio GeoGebra, o que potencializa o trabalho com conteúdo matemáticos por meio de representações dinâmicas (CARVALHO, 2021).

Uma das principais características do GeoGebraBook é a flexibilidade em sua utilização, já que o professor pode elaborar materiais didáticos adaptados às suas necessidades pedagógicas, criando sequências de atividades que se conectam e podem ser acessadas on-line pelos alunos. Gravina e Basso (2012) explicam que ferramentas digitais desse tipo ampliam as formas de interação do estudante com os objetos matemáticos, permitindo que eles sejam explorados de maneira mais ativa e significativa. Dessa forma, o GeoGebraBook atua como um recurso mediador entre o professor, o aluno e o conteúdo (CARVALHO, 2021).

Outro ponto destacado é que a plataforma oferece ao professor meios de acompanhar o desempenho dos estudantes em tempo real. Isso ocorre porque o ambiente registra as respostas dos alunos às atividades propostas, possibilitando que o docente identifique dificuldades, promova intervenções pedagógicas e acompanhe o progresso individual e coletivo da turma. Esse aspecto está em consonância com o que Almeida, Silva e Vertuan (2016) observam sobre o uso de tecnologias computacionais: ao permitir simulações, cálculos e representações gráficas, elas ampliam as condições para que os alunos construam conhecimento de forma ativa (CARVALHO, 2021).

O GeoGebraBook não deve ser compreendido apenas como um espaço de armazenamento de conteúdos, mas como um ambiente de aprendizagem interativa. Seu uso está alinhado às orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, que defendem a escolha de softwares capazes de promover a construção de conhecimentos, e não apenas a verificação de respostas. Portanto, ao integrar

diferentes mídias, funcionalidades de monitoramento e applets dinâmicos, o GeoGebraBook se configura como um recurso didático de grande potencial para o ensino de Matemática no Ensino Médio (CARVALHO, 2021).

Na dissertação intitulada “Problemas de Otimização Linear no Ensino Médio: Uma Proposta de Abordagem com o Uso da Ferramenta GeoGebraBook”, os autores exploram o recurso educacional no contexto escolar. As atividades propostas foram organizadas em sequência didática, contemplando desde problemas mais simples até situações mais complexas. Entre os exemplos trabalhados estão a escolha da localização de uma escola ao longo de uma estrada, questões de produção envolvendo mesas e cadeiras, atividades inspiradas em jogos como Minecraft e desafios semelhantes ao uso de peças de Lego. Essa progressão, como defendem Bassanezi (2016) e Biembengut e Hein (2014), está em consonância com a ideia de que a modelagem matemática favorece a aproximação entre teoria e prática, ao mesmo tempo em que respeita os estágios de desenvolvimento dos estudantes (CARVALHO, 2021).

A investigação reforça que o uso do GeoGebraBook proporciona ao professor ferramentas para acompanhar o desempenho dos estudantes em tempo real, uma vez que a plataforma permite observar as respostas dadas e intervir quando necessário. Essa possibilidade, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2016), potencializa a aprendizagem, pois amplia a motivação dos alunos, facilita a organização dos dados e possibilita simulações gráficas e algébricas. Dessa forma, o recurso digital contribui tanto para a prática pedagógica quanto para o engajamento dos estudantes (CARVALHO, 2021).

Por fim, a dissertação reconhece que, embora a proposta seja consistente no aspecto teórico e traga subsídios práticos relevantes, ainda não foi aplicada em turmas reais. O autor destaca a necessidade de pesquisas futuras que investiguem a implementação da sequência didática em diferentes contextos escolares, de modo a verificar seus impactos no processo de ensino-aprendizagem. Essa indicação reafirma que, além do potencial pedagógico, é essencial avaliar empiricamente como os alunos interagem com os problemas de programação linear mediados pelo GeoGebraBook (CARVALHO, 2021).

Outro exemplo do uso desse recurso é na dissertação intitulada “Lugares Geométricos na Educação Básica: uma proposta de ensino com o aporte do GeoGebraBook”. Os autores destacam que o tema Lugar Geométrico é particularmente

fértil para a investigação porque combina construção, manipulação e generalização: ao deslocar elementos de uma construção (recurso “arrastar” nos softwares de geometria dinâmica), o aluno observa invariâncias e variabilidades, formula conjecturas (“Por que?”, “E se...?”, “O que acontece se...?”) e, a partir dessas observações, é convidado a buscar justificativas e demonstrações acessíveis. Assim, o ambiente investigativo articula motivação (curiosidade), conjectura (exploração) e argumentação (justificação/demonstração), compondo uma sequência formativa adequada ao desenvolvimento de competências matemáticas (CUNHA FILHO, 2024).

No que concerne à importância da demonstração, o autor faz caminho cuidadoso: promove demonstrações como culminância do ciclo investigativo, mas defende que, na Educação Básica, essas provas devam manter um equilíbrio entre rigor e acessibilidade, privilegiando o raciocínio lógico-dedutivo sem cair em formalismos vazios de sentido para os alunos. As demonstrações aparecem, no produto, como respostas formais às conjecturas suscitadas pelos applets, ou como encerramento de um percurso investigativo que começou com manipulação e conjectura (CUNHA FILHO, 2024).

As vantagens didáticas do GeoGebraBook são: interatividade que torna o aluno agente ativo; dinamismo que facilita a visualização e a compreensão de propriedades geométricas; acessibilidade on-line; possibilidade de personalização pelo professor; e gratuidade do recurso, elemento relevante para a rede pública. Enumeram-se, ainda, desvantagens práticas: necessidade de dispositivos e conexão para uso pleno; risco de demandar mais tempo do que o previsto no currículo; e possibilidade de distrações se o uso não for bem acompanhado pelo professor – considerações realistas que o autor registra explicitamente (CUNHA FILHO, 2024).

Para futuros estudos, os autores recomendam: estudo de implementação em turmas reais com coleta de dados (pré/pós-testes, observação de sala, entrevistas com professores e alunos) para medir efeitos sobre a aprendizagem e ajustar as atividades (CUNHA FILHO, 2024). Outras possibilidades cabíveis são: criação de um plano de formação docente curto e prático (oficinas sobre edição de applets, dimensionamento para smartphones, uso do editor LaTeX do GeoGebraBook e estratégias de mediação em sala) que minimize barreiras técnicas; e a elaboração de materiais alternativos de baixo custo/impressos ou versões simplificadas das atividades para escolas com pouca ou nenhuma conectividade, garantindo equidade de acesso.

Ainda utilizando a modelagem matemática como recurso educacional, a tese

intitulada “Abordagens para o Ensino de Função no Contexto da Modelagem Matemática” faz uma aplicação prática do uso da Modelagem Matemática, com uma investigação de doutorado de natureza qualitativa, com coleta e análise empírica de dados (atividade de modelagem aplicada a estudantes de Engenharia e um levantamento por questionário, com 153 participantes, registros escritos, áudio e diário de campo), o que lhe confere maior densidade empírica sobre como alunos mobilizam abordagens de função (processo, propriedade, objeto) durante atividades de modelagem. A tese, portanto, traz evidências sobre o uso pedagógico de atividades de modelagem e sobre a mobilização de registros de representação (gráfico, algébrico, verbal) pelos estudantes (MELO, 2023).

O estudo descreve claramente contextos de aplicação (atividade e questionário) e análises dos resultados. Descreve como a Modelagem Matemática pode ser utilizada como recurso para ensinar o conceito de função, partindo de um problema real (a concentração de fluoxetina no organismo) e permitindo que os estudantes construam modelos matemáticos para representar o fenômeno. Esse processo envolve: seleção de variáveis; formulação de hipóteses; construção de modelos (gráficos, tabelas, expressões algébricas); e validação e interpretação dos resultados (MELO, 2023).

A Modelagem Matemática favorece o uso de diferentes registros de representação semiótica (DUVAL, 2003), como: o registro verbal (descrição do problema e interpretação dos resultados); o registro visual (construção de gráficos e diagramas) e o registro simbólico (expressões algébricas e fórmulas). O estudo evidenciou que a atividade de Modelagem Matemática se mostrou um recurso educacional eficaz para promover a interdisciplinaridade (relação com Farmácia, Saúde, etc.), desenvolver o pensamento crítico e a capacidade de investigação, facilitar a compreensão conceitual por meio de múltiplas representações e preparar os estudantes para situações reais de engenharia e ciências (MELO, 2023).

Do ponto de vista metodológico e de contribuição para o ensino de matemática, a tese e as dissertações dialogam, mas com papéis distintos: a tese fornece evidências sobre como uma atividade de modelagem pode favorecer ou não a emergência de abordagens mais sofisticadas para conceitos matemáticos (por exemplo, a necessidade de coordenar múltiplos registros e a passagem de função como processo/propriedade para função como objeto), o que é um substrato teórico e empírico valioso para justificar o emprego de recursos como o GeoGebraBook no ensino. As dissertações, por sua vez, demonstram como projetar atividades concretas (sequências de problemas,

applets interativos, questões orientadoras) que exploram exatamente esses potenciais da modelagem e da representação dinâmica, ou seja, oferecem o “como fazer” prático que ecoa a argumentação teórica da tese (CUNHA FILHO, 2024; MELO, 2023; CARVALHO, 2021).

Em complementaridade, a tese de Melo mostra que, para que a modelagem efetivamente leve à mobilização de abordagens mais robustas (por exemplo, levar estudantes a pensar em função como objeto), é preciso que a atividade esteja desenhada para forçar a coordenação de registros e a interpretação global da situação. Sem esse desenho investigativo, a modelagem pode ficar ao nível de cálculos mecânicos (abordagens como processo/propriedade) e não promover a reificação conceitual que se espera (MELO, 2023).

Os documentos também são convergentes ao reconhecer limitações e condições de uso do recurso: eles apontam obstáculos práticos (infraestrutura, acesso à internet ou a computadores, necessidade de ter applets que funcionem offline, limitação do tempo de aula), desafios de formação docente (professores precisam estar familiarizados com o GeoGebra, com o enfoque investigativo e com a mediação pedagógica), e a necessidade de adequação das tarefas ao nível dos alunos para evitar que os recursos se tornem mero espetáculo visual sem aprofundamento conceitual (CUNHA FILHO, 2024; MELO, 2023; CARVALHO, 2021).

Portanto, o uso do GeoGebraBook no ensino de matemática, segundo os três trabalhos, é promissor e justificado, mas deve ser acompanhado de formação docente, adequação ao contexto e de estudos de aplicação que permitam medir seus efeitos sobre a aprendizagem.

4 RECURSO EDUCACIONAL

Este capítulo descreve a construção do livro digital *Ensino de Funções Exponenciais*, concebido como recurso educacional para o Ensino Médio. O objetivo principal do livro é articular o desenvolvimento conceitual das funções exponenciais com atividades investigativas e interativas implementadas via GeoGebraBook, propiciando experiências de modelagem, visualização dinâmica e avaliação formativa. O desenvolvimento seguiu uma sequência estruturada de etapas – concepção pedagógica, seleção e organização de conteúdos, design de atividades, implementação técnica no GeoGebraBook, produção de atividades e problemas.

O livro digital é possível ser encontrado através do link:

<https://www.geogebra.org/m/vb6nbmtg>

A criação de um e-book que trata do ensino de funções exponenciais pode facilitar a compreensão do aluno devido a grande quantidade de gráficos que são necessários construir para um melhor entendimento das diversas funções que modelam os problemas de funções exponenciais.

Nas últimas décadas, a presença da tecnologia no ambiente escolar tem se intensificado, tornando-se cada vez mais um elemento nas práticas pedagógicas. No ensino da Matemática, em particular, a incorporação de recursos digitais representa não apenas uma inovação metodológica, mas uma necessidade diante das novas formas de aprender e ensinar.

A Matemática, tradicionalmente tratada como disciplina abstrata e de difícil entendimento, ganha novas possibilidades quando integrada a ferramentas digitais que possibilitam a visualização dinâmica de conceitos, a manipulação de variáveis e a experimentação de fenômenos. Nesse cenário, o livro digital interativo sobre funções exponenciais, elaborado em formato GeoGebraBook, constitui uma proposta de material educacional que dialoga diretamente com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018).

Ao trazer problemas resolvidos e propostos, o recurso não apenas favorece o desenvolvimento de competências matemáticas, mas também atende às necessidades de um ensino mais ativo e centrado no estudante. Tal perspectiva está alinhado com os estudos de Moran (2018), que ressalta que o uso de metodologias ativas, potencializadas pelas tecnologias, tem o poder de transformar a sala de aula em um espaço de interação, reflexão e protagonismo discente.

Além disso, os resultados de avaliações externas, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), têm apontado deficiências significativas na aprendizagem matemática, principalmente em funções exponenciais. Esse dado reforça a necessidade de repensar práticas pedagógicas e de investir em materiais que favoreçam a compreensão conceitual e o raciocínio crítico. Nesse contexto, o livro digital surge como uma tentativa concreta de suprir tais dificuldades, promovendo uma integração entre currículo, tecnologia e inovação pedagógica.

4.1 Concepção e Estrutura do Livro Digital

Inspirado em Kenski (2008), compreende-se que a tecnologia, ao ser incorporada de modo planejado ao ensino, não apenas moderniza práticas existentes, mas inaugura novos modos de ensinar e aprender. A estrutura do livro foi pensada para mesclar conteúdos matemáticos tradicionais a recursos interativos digitais.

O livro digital organiza-se em oito capítulos: Introdução, Definição, Restrições, Propriedades, Gráfico, Transformações Gráficas, Questões Resolvidas, Questões sobre funções exponenciais. Assim seguindo uma sequência didática coerente, como é mostrado na figura abaixo.

Figura 03 – Autor



Essa organização busca atender ao que Borba e Penteado (2019) chamam de “sala de aula híbrida”, em que múltiplos recursos – digitais e presenciais – são combinados para promover experiências de aprendizagem diversificadas.

4.2 Seções Introdução, Restrições, Definições e Propriedades

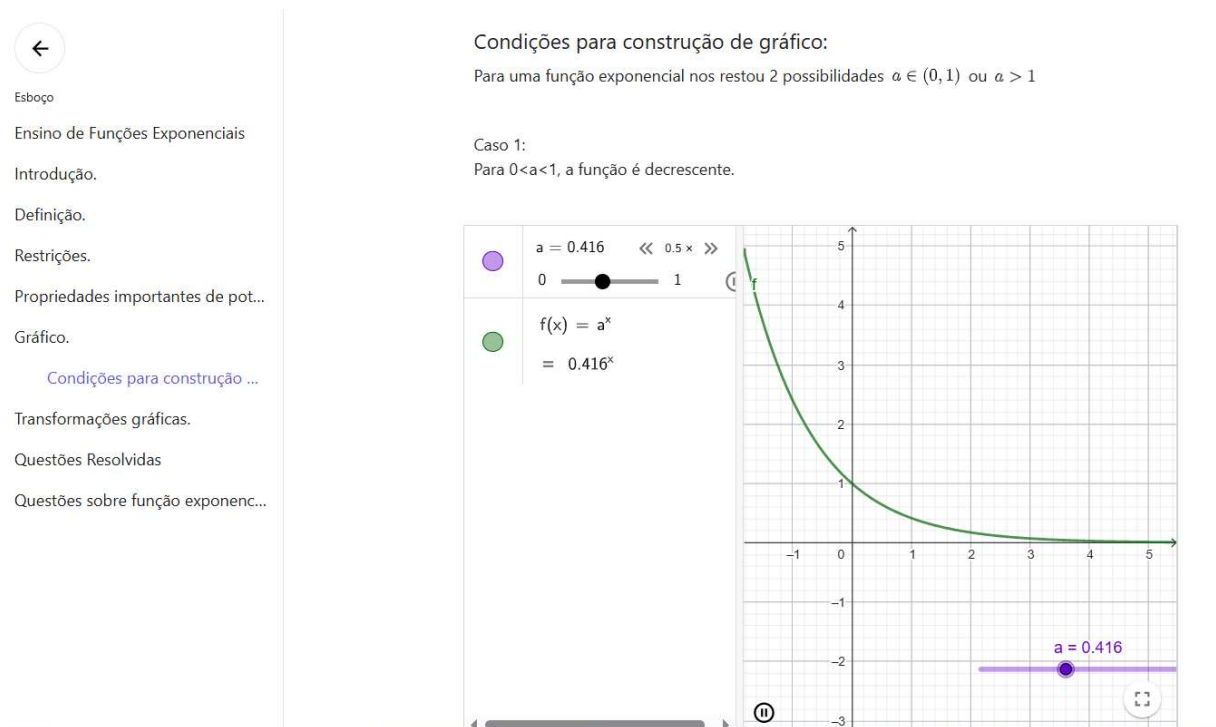
A introdução às funções exponenciais é realizada a partir de exemplos concretos, como crescimento populacional, juros compostos, e processos de decaimento natural. Essa estratégia se fundamenta na perspectiva de Duval (2003), que defende a necessidade de múltiplos registros de representação semiótica (numérico, algébrico, gráfico e verbal) para a construção de significados matemáticos.

O livro busca superar tais obstáculos por meio da visualização dinâmica e da exploração progressiva dos conceitos, em que o estudante observa, manipula e interpreta fenômenos antes de formalizá-los. Além disso, a seção inicial tem o papel de introduzir a simbologia e a linguagem matemática específica, o que se articula com o objetivo de formalizar os símbolos matemáticos usados.

4.3 Seção de Gráficos

Essa seção representa o coração do livro digital. A manipulação gráfica de funções exponenciais e logarítmicas permite que os estudantes compreendam conceitos abstratos de forma concreta e interativa. Com o uso do GeoGebra, os alunos podem visualizar a variação de parâmetros da função, como a base a , e observar em tempo real as mudanças na curva.

A abordagem corrobora ainda com Moran (2018), que enfatiza o papel da tecnologia como meio de promover motivação e engajamento intrínseco, ao transformar o aluno em protagonista da própria aprendizagem.

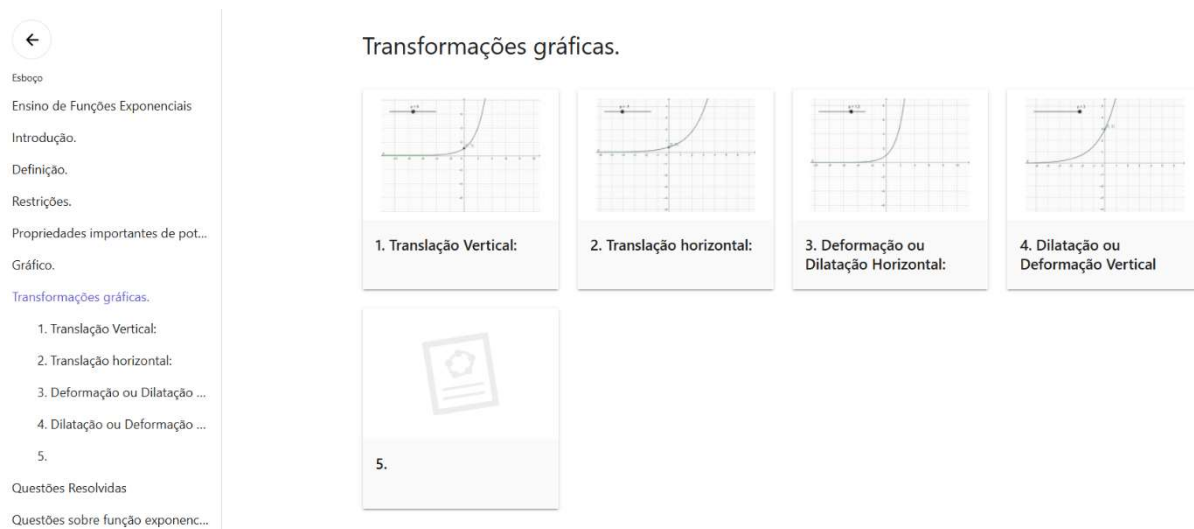
Figura 04 – Autor

Entretanto, reconhece-se que a tecnologia não resolve todas as dificuldades de aprendizagem. Como alerta Lévy (1999), a mediação docente continua sendo fundamental para orientar os estudantes a interpretar as representações gráficas e a estabelecer relações com conceitos abstratos.

4.4 Seção de Transformações Gráficas

Nesta parte, o foco desloca-se da compreensão conceitual para o entendimento nas variações gráficas de acordo com a mudança de parâmetros onde as situações contextualizadas nos problemas serão comumente usadas. As transformações gráficas – translações, reflexões, dilatações – são exploradas não apenas como manipulações algébricas, mas como ferramentas para compreender fenômenos reais.

Figura 05 – Autor

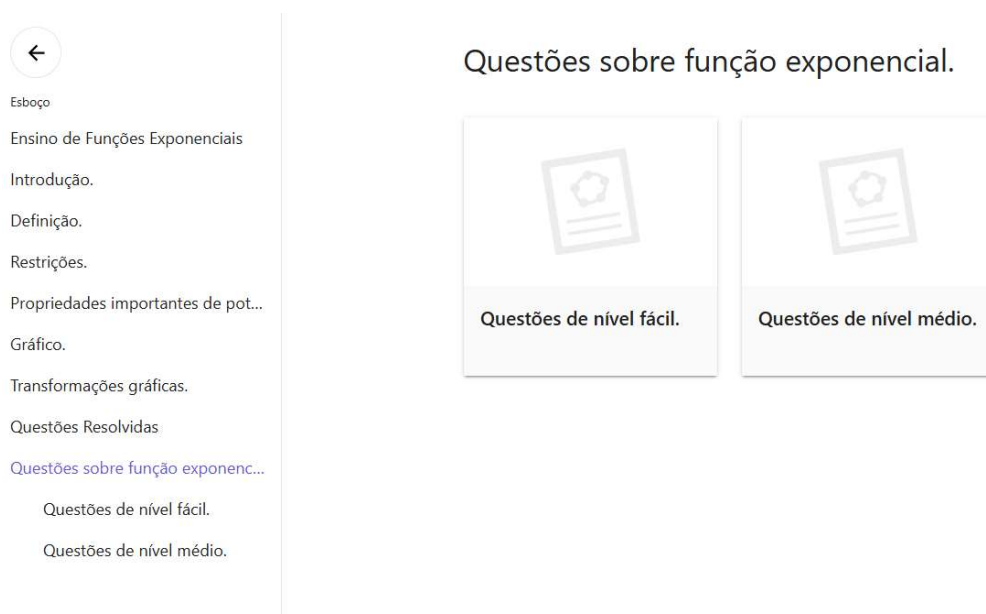


Inspirado em Blum e Ferri (2009), o livro adota a modelagem matemática como metodologia, estimulando o estudante a construir modelos que expliquem situações cotidianas, como variação de preços, crescimento de seguidores em redes sociais, ou comportamento de substâncias químicas.

Segundo Bassanezi (2015), a modelagem permite que o aluno perceba a Matemática como ciência viva, útil para interpretar e intervir no mundo. Ao trabalhar com funções exponenciais, o estudante desenvolve tanto raciocínio matemático quanto competências críticas, pois é levado a avaliar a plausibilidade e os limites dos modelos.

4.5 Seção de Questões Resolvidas e Propostas

A seção de questões constitui-se como espaço de prática e sistematização. Os exercícios são de acordo com o conteúdo de função exponencial, contendo questões resolvidas para que o aluno tenha uma orientação de solução de problemas e permite adaptação a diferentes contextos escolares possuindo questões de nível fácil e médio, assegurando a flexibilidade necessária ao professor.

Figura 06 – Autor

As atividades propostas vão além de exercícios de aplicação mecânica: são estruturadas como problemas abertos, que exigem do estudante formulação de hipóteses, experimentação e argumentação. Essa abordagem inspira-se em Polya (1978), que define a resolução de problemas como núcleo da aprendizagem matemática, e em Vygotsky (1984), que destaca a importância da interação social e da mediação docente para o avanço cognitivo.

Ademais, o caráter investigativo das atividades rompe com a prática tradicional da repetição mecânica, criando condições para que os alunos desenvolvam autonomia intelectual e capacidade crítica.

O livro digital sobre funções exponenciais constitui um avanço significativo na integração entre Matemática e tecnologia no contexto da Educação Básica. Ao articular definição conceitual, exploração gráfica, modelagem contextualizada, atividades investigativas e gamificação, o recurso favorece o desenvolvimento de competências cognitivas e críticas previstas na BNCC.

Contudo, reconhece-se que o uso efetivo do livro digital depende de condições estruturais (acesso a dispositivos e internet), formação docente continuada e apoio institucional. Assim, o recurso deve ser entendido como parte de uma política educacional mais ampla, voltada para a inclusão digital e para a inovação pedagógica.

5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA USANDO LIVRO DIGITAL: Ensino de Funções Exponenciais.

A elaboração de sequências didáticas constitui um dos elementos centrais no planejamento pedagógico, especialmente no ensino de Matemática. Conforme Zabala (1998), uma sequência didática pode ser definida como um conjunto ordenado, estruturado e articulado de atividades de aprendizagem, planejadas com objetivos claros e organizadas de forma progressiva, de modo a favorecer a construção do conhecimento pelos estudantes.

No contexto da Educação Básica, as sequências didáticas assumem papel estratégico, pois possibilitam ao professor organizar o processo de ensino-aprendizagem em etapas, respeitando tanto o desenvolvimento cognitivo dos alunos quanto os objetivos curriculares estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018). Dessa forma, não se trata apenas de reunir exercícios, mas de estruturar situações de ensino que conduzam o estudante a compreender conceitos, desenvolver habilidades e aplicar a Matemática em diferentes contextos.

Segundo Valente (2015), a tecnologia, ao ser integrada de maneira intencional ao planejamento pedagógico, amplia as possibilidades de interação e promove ambientes de aprendizagem mais dinâmicos e significativos. No ensino de funções, por exemplo, os recursos digitais permitem a visualização gráfica, a manipulação de parâmetros e a realização de simulações interativas que, sem a tecnologia, seria um processo trabalhoso cansativo para abordar as diversas situações.

Assim a construção de sequências didáticas para o ensino de funções exponenciais com apoio do livro digital elaborado nesta dissertação constitui uma proposta metodológica que visa não apenas facilitar a transmissão de conteúdos, mas também estimular a participação ativa do estudante. Ao propor atividades que envolvem investigação, análise gráfica, transformações e resolução de problemas, a sequência didática orienta o professor a conduzir suas aulas de forma organizada, coerente e eficiente.

Assim, ao longo deste capítulo, apresentam-se quatro sequências didáticas elaboradas com base no recurso digital desenvolvido, cada uma voltada a um aspecto específico do estudo das funções exponenciais: definições e propriedades, construção de gráficos, transformações gráficas e resolução de problemas. As sequências representam um guia prático para o docente que deseja explorar as potencialidades das tecnologias digitais no ensino de Matemática, assegurando maior envolvimento dos alunos no processo de aprendizagem.

Sequência Didática sobre Definições, Restrições e Propriedades de Potência**Objetivos da aula**

- Compreender o conceito de função exponencial.
- Identificar as restrições da base e do expoente.
- Explorar propriedades fundamentais das potências.

Conteúdos

- Definição de função exponencial.
- Condições de existência (base positiva $\neq 1$; expoente real).
- Propriedades: produto de potências, potência de potência, quociente de potências.

Duração sugerida: 50 minutos

Metodologia**1. Introdução (10 min)**

- Retomar exemplos do cotidiano: crescimento de população, juros compostos.
- Levantar hipóteses com a turma: “Qual seria o comportamento de uma função com a variável no expoente?”

2. Exploração no GeoGebra (20 min)

- Usar os módulos “Definição”, “Restrições” e “Propriedades” do livro digital.
- Mostrar exemplos com base 2, 3, $\frac{1}{2}$ e verificar o que acontece com diferentes expoentes no geogebra.
- Pedir aos alunos que manipulem parâmetros e registrem observações.

3. Discussão coletiva (10 min)

- Professor conduz perguntas:
 - Por que a base não pode ser negativa?
 - O que acontece com a função quando a base é 1 ou 0?

4. Consolidação (10 min)

- Registrar no quadro as principais propriedades das potências.
- Propor dois exercícios simples para fixar.

Recursos necessários

- Livro digital Ensino de funções exponenciais.
- Projetor ou laboratório de informática/celulares.

Avaliação

- Participação dos alunos nas discussões.
- Registro das observações no caderno.
- Resolução dos exercícios propostos.

Sequência Didática 2 – Construção e Análise de Gráficos

Objetivos da aula

- Compreender a forma do gráfico da função exponencial.
- Relacionar crescimento e decrescimento com o valor da base.
- Interpretar comportamentos assintóticos.

Conteúdos

- Gráfico da função $f(x) = a^x$.
- Crescimento ($a > 1$) e decrescimento ($0 < a < 1$).
- Interseção com o eixo y (ponto $(0,1)$).

Duração sugerida: 50 minutos

Metodologia:

1. Aquecimento (5 min)

- Relembrar rapidamente as propriedades da função exponencial.
- Perguntar: “como será o desenho da curva quando a base é 3? e quando é $\frac{1}{3}$?”

2. Exploração prática no GeoGebra (20 min)

- Abrir a seção “Gráfico” do livro digital.
- Manipular valores da base ($a > 1$ e $0 < a < 1$).
- Observar comportamento dos pontos e da curva.

3. Análise coletiva (15 min)

- Estabelecer conclusões:
 - Função crescente para $a > 1$.
 - Função decrescente para $0 < a < 1$.
 - Interseção em $(0,1)$.

4. Atividade prática (10 min)

- Solicitar que cada grupo construa o gráfico de $f(x) = 2^x$, $f(x) = 3^x$, $f(x) = \frac{1}{2}^x$, $f(x) = \frac{1}{3}^x$ no GeoGebra.

Recursos necessários

- Livro digital no GeoGebra.
- Quadro ou projetor.

Avaliação

- Entrega dos gráficos construídos em grupo.
- Participação nas observações sobre comportamento da curva.

Sequência Didática 3 – Transformações Gráficas

Objetivos da aula

- Explorar como modificações na função afetam o gráfico.
- Analisar translações verticais e horizontais, dilatações e reflexões.
- Relacionar a forma algébrica com a representação gráfica.

Conteúdos

- Funções da forma $f(x) = a^x + p$, $f(x) = a^{x+p}$, $f(x) = p \cdot a^x$, $f(x) = a^{p \cdot x}$.
- Efeitos de **p** na função.

Duração sugerida: 50 minutos

Metodologia:

1. Introdução (5 min)

- Retomar os gráficos vistos na aula anterior.
- Perguntar: “o que acontece se adicionarmos +2 ao gráfico?”

2. Exploração no GeoGebra (20 min)

- Utilizar a seção “Transformações Gráficas” do livro digital.
- Alterar valores de **p** na função.
- Registrar observações: deslocamentos, reflexões, deformações.

3. Discussão (15 min)

- Comparar diferentes transformações.
- Relacionar cada parâmetro da função com o efeito gráfico correspondente.

4. Atividade prática (10 min)

- Propor funções com valores para **a** e **p**.
- Alunos devem prever o gráfico antes de testar no GeoGebra.

Recursos necessários

- Livro digital no GeoGebra.
- Projetor ou laboratório de informática.

Avaliação

- Correção das previsões feitas pelos alunos em relação aos gráficos.
- Registro escrito das observações sobre transformações.

Sequência Didática 4 – Questões Resolvidas e Propostas

Objetivos da aula

- Aplicar os conceitos de função exponencial em resolução de problemas.
- Desenvolver raciocínio lógico e autonomia.
- Diferenciar etapas de resolução: interpretação, modelagem e cálculo.

Conteúdos

- Problemas de crescimento e decaimento.
- Questões de concursos e vestibulares.
- Resolução de problemas contextualizados.

Duração sugerida: 50 minutos

Metodologia

1. Apresentação (10 min)

- Mostrar no GeoGebra exemplos de questões resolvidas.
- Discutir estratégias de resolução (leitura, identificação da função, substituição de valores).

2. Prática guiada (15 min)

- Resolver coletivamente 1 ou 2 exercícios no quadro e no GeoGebra.
- Resolver coletivamente os exercícios resolvidos do livro digital.
- Destacar diferentes caminhos de resolução.

3. Atividade em grupos (20 min)

- Dividir a turma em grupos e propor problemas extras.
- Cada grupo resolve e apresenta a solução.

4. Síntese (5 min)

- Professor retoma os principais conceitos aplicados nas resoluções.

Recursos necessários

- Livro digital no GeoGebra (seção “Questões”).
- Quadro e projetor.
- Lista de exercícios impressa ou digital.

Avaliação

- Participação dos grupos.
- Clareza das resoluções apresentadas.
- Registro das soluções no caderno.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A dissertação teve como foco central a elaboração, análise e aplicação de um livro digital interativo sobre funções exponenciais, desenvolvido como produto educacional vinculado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Este trabalho surgiu da constatação de que, no cenário atual da Educação Básica, os alunos enfrentam dificuldades persistentes na aprendizagem de conteúdos matemáticos, sobretudo em temas que envolvem alto grau de abstração, como é o caso das funções exponenciais, principalmente em problemas que necessitam de uma modelagem melhor do problema.

O objetivo geral consistiu em criar um recurso educacional digital inovador, acessível e interativo, que auxiliasse tanto professores quanto estudantes no processo de ensino-aprendizagem. Entre os objetivos específicos destacaram-se: elaborar materiais didáticos digitais, em formato de livro interativo, sobre funções exponenciais; estimular o desenvolvimento da autonomia discente por meio de atividades resolvidas e propostas; avaliar o potencial do recurso como ferramenta para apoiar práticas pedagógicas inovadoras.

A justificativa para a construção desse material se apoia em duas frentes. A primeira diz respeito ao desempenho insatisfatório dos estudantes brasileiros em Matemática, conforme apontado em avaliações como o SAEB e o ENEM. A segunda relaciona-se à necessidade de incorporação crítica das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) ao ensino, mas nem sempre são utilizadas de maneira pedagógica nas escolas (KENSKI, 2008; VALENTE, 2015).

A concepção do livro digital se estruturou a partir de três eixos pedagógicos centrais:

- Integração entre teoria e prática: o material buscou relacionar a abstração matemática com o uso do software para melhor entender o comportamento de uma função exponencial. Essa integração se alinha à proposta de Bassanezi (2015), para quem a modelagem matemática é capaz de dar sentido e relevância social à aprendizagem.
- Uso de múltiplos registros de representação: gráficos, animações, textos e problemas foram combinados de modo a ampliar a compreensão conceitual, em consonância com Duval (2003), que enfatiza a importância da articulação entre registros para a construção do pensamento matemático.

Dessa forma, o recurso não se configurou como mero repositório de informações, mas como ambiente interativo de aprendizagem, capaz de favorecer práticas pedagógicas mais dinâmicas e alinhadas às demandas contemporâneas.

A manipulação de parâmetros em tempo real possibilita aos estudantes compreenderem melhor fenômenos como crescimento exponencial e comportamento assintótico. Isso está em consonância com Borba e Villarreal (2006), que defendem que a tecnologia amplia a capacidade de experimentação e visualização.

Os professores podem reduzir o tempo de aula, ao oferecer recursos prontos na construção principalmente de diversas funções exponenciais e seu comportamento, permitindo maior dedicação à interação com os alunos. Essa função de otimização do tempo docente é destacada por Libâneo (2017) ao discutir o planejamento escolar.

Aprendizagem significativa: as atividades investigativas favoreceram a construção ativa do conhecimento, estimulando raciocínio lógico e autonomia, o que se alinha à perspectiva da aprendizagem significativa proposta por Ausubel (2003).

Apesar dos resultados promissores, algumas limitações precisam ser reconhecidas a infraestrutura tecnológica das escolas ainda representa um obstáculo considerável. Nem todas as instituições dispõem de laboratórios de informática, acesso estável à internet ou dispositivos móveis suficientes para todos os alunos.

Mesmo usando o livro digital, se faz necessário a mediação crítica do professor. A tecnologia, por si só, não garante aprendizagem. Se não houver acompanhamento adequado, o estudante pode se limitar a manipular gráficos sem compreender os conceitos subjacentes.

O trabalho realizado evidencia que a tecnologia, quando integrada de forma crítica e planejada, tem potencial para transformar o ensino de Matemática. O livro digital desenvolvido nesta dissertação representa uma ferramenta inovadora, mas sua eficácia depende principalmente do professor.

Mais do que uma solução imediata, este estudo aponta para a necessidade de uma mudança cultural na educação matemática, em que professores e alunos assumam papéis ativos e críticos diante da tecnologia. Como destaca Moran (2018), a educação do século XXI exige metodologias ativas que promovam engajamento, reflexão e autonomia – objetivos que o livro digital buscou concretizar.

Conclui-se, portanto, que este trabalho contribui não apenas com a criação de um recurso educacional, mas também com uma reflexão mais ampla sobre os

caminhos possíveis para tornar o ensino de Matemática mais inclusivo, dinâmico e significativo.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.

BARBOSA, J. C. Integrando Modelagem Matemática nas Práticas Pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, ano 14, n. 26, p. 17-25, 2009.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 7- 32, 2009.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem matemática & resolução de problemas, projetos e etnomatemática: pontos confluentes. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 2, p. 197-219, 2014.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 45–58, 2009.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Seres humanos com mídias e a reorganização do pensamento matemático: tecnologias da informação e comunicação, modelagem, experimentação e visualização**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Ministério da Educação**. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

nº 9394, de 23 de dezembro de 1996. Institui as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, Brasília, DF, de 23 dez. 1996. Ano CXXXIV, n. 248.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Resolução nº 4, de 17 de dezembro de 2018**. Institui a Base Nacional Comum Curricular na Etapa do Ensino Médio (BNCC-EM), como etapa final da Educação Básica, nos termos do artigo 35 da LDB, completando o conjunto constituído pela BNCC da Educação Infantil e do Ensino Fundamental, com base na Resolução CNE/CP nº 2/2017, fundamentada no Parecer CNE/CP nº 15/2017. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 17 dez. 2018.

CARVALHO, E. S. **Problemas de Otimização Linear no Ensino Médio: uma proposta de abordagem com o uso da ferramenta GeoGebraBook**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2021 .

CUNHA FILHO, L. L. da. **Lugares Geométricos na Educação Básica: uma proposta de Ensino com o aporte do GeogebraBook**. Dissertação. Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2024 .

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas, São Paulo: Papirus, 1996.

DUCAN, C. P. F. R. **A modelagem matemática como metodologia no processo de ensino-aprendizagem: uma experiência no ensino médio**. Inter Science Journal, v. 10, n. 3, p. 1-8, 2015.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, v. 8, p. 37–65, 2003.

FERREIRA, D. H. L. **O tratamento de questões ambientais através da modelagem matemática: um trabalho com alunos do ensino fundamental e médio**. 2003. 278p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. **A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education**. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, v. 38, n. 3, p. 302- 310, 2006.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. Campinas: Papirus, 2008.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. **Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas**. Educação Matemática Pesquisa, v. 10. n. 1, p. 17-34, 2008.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 2017.

LIELL, C. C.; BAYER, A. A formação de professores e o desenvolvimento de projetos interdisciplinares com temas ambientais nas aulas de matemática. In: LIELL, C. C.; BAYER, A. **Formação de professores e educação básica**: diálogos entre ensino e pesquisa. Porto Alegre: Editora Criação Humana, 2017.p. 111-115.

MELO, P. A. P. de. **Abordagens para o ensino de função no contexto da modelagem matemática**. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e Matemática). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2023.

MORAN, J. (Orgs.). **Metodologias Ativas para uma Educação Inovadora**. Porto Alegre: Penso, 2018.

POLYA, G. **How to Solve It**. Princeton: Princeton University Press, 1978.

SANTOS, R. F. **Uso da modelagem para o ensino da função seno no ensino médio**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

SILVA, E. L. da; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4. ed. Florianópolis: UFSC, 2005.

SOARES, S. P. L. **Modelagem Matemática como metodologia para o ensino aprendizagem da matemática**: revisão da literatura. Itinerarius Reflectionis, v. 15, n. 1, p. 1-12, 2019.

SOUZA, A. C. C. **Educação matemática e educação ambiental**: possibilidades de uma pedagogia crítica. Presente! Revista de Educação, Salvador: Centro de Estudos e Assessoria Pedagógica, CEAP, Ano 15, n. 3, p. 20-26, 2007.

SOUZA, L. G. R.; SILVA, K. A. P.; PEREIRA, F. F. Proposta de aplicação de uma atividade de Modelagem matemática no ensino médio. In: **Encontro Paranaense de Educação Matemática (XII EPREM)**, Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014. Anais [...]. Campos Mourão: EPREM, 2014.

VALENTE, J. A. **Integração das Tecnologias Digitais na Educação**. São Paulo: Avercamp, 2015.

VYGOTSKY, Lev S. A Formação Social da Mente: **O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.